

ZEICHENERKENNUNG MIT NICHTREDUNDANTEN
KORRELATIONSMESSUNGEN

von

Richard Hauck

aus

Fürth/Bay.

1980

1981 ■ 221



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546215_0066

ZEICHENERKENNUNG MIT NICHTREDUNDANTEN KORRELATIONSMESSUNGEN

Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt

von

Richard Hauck

aus

Fürth/Bay.

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaft-
lichen Fakultäten der Universität Erlangen-Nürnberg



Tag der mündlichen Prüfung: 13. 2. 1980

Vorsitzender der Promotionskommission: Professor Dr. H. Wegener

Erstberichterstatter: Professor Dr. A.W. Lohmann

Zweitberichterstatter: Professor Dr. O. Bryngdahl

Inhalt

Seite

1	Einführende Gedanken zur Mustererkennung	2
1.1	Einige Beispiele	3
1.2	Ziel und Auswirkungen der Mustererkennung	5
2	Blockstruktur der Mustererkennung	7
2.1	Vorverarbeitung	8
2.2	Merkmalsextraktion	8
2.3	Klassifikation	9
2.4	Zusammenfassende Bemerkungen	10
3	Übersicht über Implementationsmöglichkeiten	12
3.1	Elektronische Verarbeitung	12
3.2	Optische Verarbeitung	13
3.3	Matched Filter	16
3.4	Ziel der Arbeit	19
4	Grundlagen	21
4.1	Beugungstheorie	21
4.2	Optische Systeme	26
4.2.1	Modulation und Ausbreitung	26
4.2.2	Detektoren	31
4.2.3	Lichtquellen und Systemeigenschaften	32
4.2.4	Diskussion der Systeme	40
4.2.5	OTF Synthese	42
4.3	Digitale Grundlagen	46
4.3.1	Samplingtheorem	46
4.3.2	Diskrete Fouriertransformation	50
4.3.3	Diskrete Korrelation	52
4.3.4	Zusammenfassende Bemerkungen	56
5	Konzepte der nicht redundanten Korrelation	57
5.1	Grundproblem	58
5.2	Algorithmen zur Referenzzeichenberechnung	62
5.2.1	Lösbarkeitsbedingung	62
5.2.2	Direktes Lösungsverfahren	65
5.2.3	Lösung mit generalisierten Inversen	67
5.2.4	Lösung mit Linearkombinationen	69
5.2.5	Diskussion der Lösungsverfahren	71
5.2.6	Mehr als ein determinierter Punkt in der Korrelationsebene	72
5.2.7	Überbestimmtes Gleichungssystem	74
5.3	Anpassung an die Realität	75
5.3.1	Aufspaltung der Referenzzeichen	75
5.3.2	Verletzung des Samplingtheorems	78
6	Fehlerquellen und deren Auswirkungen	81
6.1	Rauschquellen	82
6.2	Auswirkungen in einem optischen Kanal	84
6.3	Auswirkung der Referenzzeichenaufspaltung	88
6.4	Auswirkung auf alle Kanäle	90
6.5	Berechnung der mittleren Fehlerrate	91

7	Optimierung	94
7.1	Wahl der Qualitätsgröße	96
7.2	Datensatz und Rauschmodell für numerische Simulationen	99
7.3	Optimierung der Orthogonal Komponenten	101
7.3.1	Wahl der Orthogonal Komponenten	101
7.3.2	Kompakte Darstellung	104
7.4	Optimierung des Codebias	107
7.4.1	Wahl des Codebias	108
7.4.2	Kompakte Darstellung	110
7.4.3	Numerische Ergebnisse	113
7.5	Optimierung der Zuordnung	117
7.5.1	Zufallsverfahren	118
7.5.2	Deterministisches Verfahren	119
7.5.3	Numerische Ergebnisse und Diskussion	121
7.6	Wahl der Codebasis	136
7.7	Wahl der Referenzzeichenaufspaltung	141
7.8	Wahl der Samplingrate	145
8	Methoden zur Erzielung von Invarianzeigenschaften	152
8.1	Vorverarbeitung	154
8.2	Dejustierungsrauschen	160
8.3	Aufblähung des Datensatzes	162
8.4	Suchen nach dem Diskriminierungssignal	164
8.5	Zusammenfassung	167
9	Experimentelle Ergebnisse	169
9.1	Experiment mit Shiftinvarianz und spatialer Filterung	169
9.2	Experiment mit selbstleuchtenden Objekten und spatialer Filterung	171
9.3	Experiment mit Röntgenstrahlen und direkter Korrelation	172
9.4	Experiment mit selbstleuchtenden Objekten und direkter Korrelation	174
9.5	Experiment mit realistischen Zeichen und direkter Korrelation	176
9.5.1	Numerische Vorbereitung	176
9.5.2	Experimenteller Aufbau und Durchführung	179
9.5.3	Auswertung	183
9.5.4	Verbesserungsvorschläge	195
10	Zusammenfassung	197

Anhang

A 1	Einige Definitionen und Folgerungen aus der Fourier Mathematik
A 2	Einige weitere optische Korrelatoren
A 3	Herleitung der diskreten Fouriertransformation
A 4	Herleitung der diskreten Korrelation
A 5	Einige Eigenschaften von generalisierten Inversen
A 6	Einiges zur Holographie

Literaturverzeichnis

Zusammenfassung

Die Menge des Gedruckten nimmt ständig zu. Um die darin enthaltene Information ausnützen zu können, ist es in vielen Situationen nötig, die gedruckten Zeichen (Buchstaben, Zahlen oder sonstige Muster) automatisch zu lesen und das Gelesene einem Computer mitzuteilen. In den meisten existierenden Zeichenerkennungssystemen wird der zu erkennende Buchstabe mit allen möglichen Buchstaben (Referenz-Zeichen) verglichen. Als Vergleichsmaß dient dabei meistens die Korrelation. Enthält der Buchstabensatz (Alphabet) z.B. 32 Zeichen, so werden für jeden unbekannten Buchstaben 32 Korrelationen gemessen. Das bedeutet einen erheblichen Arbeitsaufwand, der aber mit optischen Methoden noch relativ einfach zu bewältigen ist, weil die optische Datenverarbeitung in hohem Grade parallel verläuft. Denkt man allerdings an die Tausende von chinesischen Schriftzeichen, so wird der Arbeitsaufwand enorm bei dem eben skizzierten Konzept.

Wesentlich schneller ist das dieser Arbeit zu Grunde liegende Konzept der "nicht-redundanten Zeichenerkennung" /3-16/. Dabei wird das unbekannte Zeichen nicht mit allen N (z.B. 32) möglichen Zeichen verglichen, sondern nur noch mit $K = \log_2 N$ (z.B. 5) synthetischen Zeichen. Die K Korrelationen ergeben jeweils "Null" oder "Eins", also ein K -bit Code-Wort, das den unbekannten Buchstaben eindeutig kennzeichnet.

Das bereits 1974 vorgeschlagene Konzept der nicht-redundanten Zeichenerkennung wird in dieser Arbeit gründlich untersucht und verallgemeinert. Das Hauptgewicht liegt neben der Entwicklung von praxisgerechten Algorithmen zur Berechnung der Referenzzeichen auf der Untersuchung der Einflüsse von möglichen Störquellen. Es ist gelungen, mit verschiedenen Modifikationen die zu erwartende Fehlerrate bei bekannter Störung zu minimieren. Einige Experimente zeigen sowohl die erfolgreiche Umsetzung der Theorie in die Praxis, als auch die systembedingten Schwierigkeiten.

1. Einführende Gedanken zur Mustererkennung

Mustererkennung wird seit Jahrtausenden ununterbrochen mit hervorragender Perfektion vom menschlichen Gehirn betrieben. Neben der Verarbeitung von akustischen, Geruchs-, Geschmacks- und sonstigen Signalen, erscheint besonders die Auswertung der visuellen Sinneseindrücke von großer Bedeutung. Allgemein versteht man unter Erkennen die für eine vorgegebene Aufgabe relevante Information aus der Fülle der angebotenen zu extrahieren. Die Mustererkennung stellt also ein Paradebeispiel der irreversiblen Datenreduktion dar, z.B. soll aus den 1000 x 1000 Datenpunkten eines Bildes eine 1 bit Frage beantwortet werden, ob nämlich eine gewisse Struktur innerhalb des Bildes, z.B. ein Auto, vorhanden ist oder nicht. Das hohe Extraktionsvermögen des Menschen ist wohl überlebenswichtig, um aus den ständig einströmenden riesigen Mengen an Primärinformation in vernünftiger Zeit die richtigen Schlußfolgerungen zu ziehen. In zunehmendem Maß soll dieses Extraktionsvermögen auch Maschinen beigebracht werden. Der momentane Stand der automatischen Erkennungssysteme bezüglich der Komplexität der Aufgabe ist wohl mit dem von Kleinkindern zu vergleichen, während für viele einfache Erkennungsaufgaben die Maschinen dem Menschen an Geschwindigkeit bereits bei weitem überlegen sind. Für die automatische Erkennung kann der Begriff des Musters noch weiter gefaßt werden, als dies bisher geschehen ist. Unter einem Muster kann man sich eine ein- oder mehrdimensionale Verteilung einer Eigenschaft in Raum und Zeit vorstellen. Die Träger dieser Eigenschaft können materielle Gegenstände sein, Strahlungsverteilungen, Wechselwirkung von Primärstrahlung mit Materie, elektrische Spannungen und Ströme usw. Diese abstrakte Definition soll an Hand der folgenden Beispiele mit etwas Leben erfüllt werden.

1.1. Einige Beispiele

Viele Muster sind von bildhafter Natur, d.h. sie werden durch eine zweidimensionale Strahlungsverteilung, im Falle von Licht durch elektromagnetische Wellen, repräsentiert. Der automatischen Verarbeitung von Bildern kommt eine große Bedeutung zu, da einerseits viel Information bereits naturgegeben in bildhafter Form vorliegt, und viel Information bildhaft in Form von Zeichnungen, Schrift und Bildern im engeren Sinn dargestellt wird und andererseits bei punktwiser Betrachtungsweise die Informationsmenge ungeheuer groß ist. Einige Beispiele aus der Bildverarbeitung mögen dies plausibel machen. Innerhalb der Medizin ist man an der automatischen Auswertung von Röntgenaufnahmen, Ultraschallaufnahmen usw. ebenso interessiert wie an der mikroskopischen Zellanalyse. Aus Luftbildern kann man z.B. Karten extrahieren, den Pflanzenbestand kontrollieren, man kann versuchen, aus den Schnee-verhältnissen im Winter die zu erwartenden Wassermengen im Sommer vorherzusagen oder man kann auch Panzer erkennen. Bei der automatischen Erkennung von geschriebenem Text arbeitet man sowohl an der Erkennung des Textinhaltes als auch an der Erkennung des Schreibers. Wichtig ist auch die automatische Auswertung von Paßfotos, Fingerabdrücken usw. als schnellen Identitätsnachweis. Die Industrie ist an der zerstörungsfreien Kontrolle von Werkstücken bzw. an deren Lage für automatische Positioniereinrichtungen interessiert.

Neben den zweidimensionalen Mustern existieren auch viele eindimensionale Orts- oder Zeitsignale, die im Rahmen der automatischen Verarbeitung ebenfalls als Muster bezeichnet werden. Einige Aktivitäten in diesem Sektor sollen das belegen. Man arbeitet z.B. an der automatischen Erkennung von gesprochenem Text, wiederum zweigleisig an der Erkennung des Inhalts, als auch an der Erkennung des Sprechers. Akustische Signalverarbeitung wird auch in Zusammenhang mit der Detektion von Fehlern an mechanischen und pneumatischen

Systemen betrieben. Die automatische Auswertung von spektroskopischen Daten wird in zunehmendem Maße wichtiger, um z.B. Schadstoffkonzentrationen in Lebensmitteln oder in der Umwelt permanent überwachen zu können. Wünschenswert wäre auch eine automatische Auswertung von Elektrokardiogrammen und Elektro-Encéphalogrammen. Bisher ziehen hochbezahlte Spezialisten aus den enormen Datenmengen der aufgezeichneten Kurvenzüge ein paar wenige, wenn auch überlebenswichtige Folgerungen.

Viele Signale werden zugunsten einer einfachen automatischen Auswertung künstlich geschaffen, z.B. spezielle Tonfrequenzen oder Impulsfolgen bei Funkfernsteuerungen oder zur automatischen Sendererkennung beim Verkehrsfunk. Ein weiteres Beispiel dieser Art stellt der Balkencode auf Verbraucherartikeln dar, der für Maschinen in einfacher lesbarer Form Hersteller, Artikelnummer usw. wiedergibt. Die Strategie, Muster speziell für die automatische Auswertung erst neu zu schaffen, ist wirtschaftlich von Vorteil, solange die Kosteneinsparung im Sektor der Erkennungsmaschinen höher ist als die Mehrkosten zur Erzeugung der Muster.

Andererseits liegt viel Information bereits naturgegeben vor, oder wurde dem komplexen menschlichen Wahrnehmungsvermögen wie z.B. Schrift und Sprache angepaßt, die ebenfalls automatisch verarbeitet werden soll. Dazu sind im allgemeinen aufwendige Verfahren nötig. Hinzu kommt die Schwierigkeit, daß oft verschiedene Eigenschaften eines Musters extrahiert werden sollen, die jedoch gegenseitige Störgrößen darstellen, z.B. bei Schrift die Texterkennung unabhängig vom Typensatz oder vom Schreiber, und umgekehrt die Erkennung des Typensatzes oder des Schreibers unabhängig vom Text. Analoge Probleme existieren bei der Spracherkennung.

Bereits an Hand der wenigen Beispiele und Probleme ist es nicht verwunderlich, daß sich das junge Gebiet der Mustererkennung sehr inhomogen und ohne geschlossene Theorie präsentiert. Es wird in Zukunft wichtig sein, sowohl allgemeine Konzepte zu entwickeln, als auch spezielle Probleme wirtschaftlich sinnvoll zu lösen. Vielleicht kann ein tieferes Verständnis der menschlichen Bildverarbeitung dazu beitragen.

1.2. Ziel und Auswirkungen der Mustererkennung

Für die automatische Mustererkennung gibt es wohl zwei Hauptanwendungsgebiete, nämlich die Datenreduktion zur billigeren Übertragung und Speicherung von Signalen und die Entlastung des Menschen von Routinearbeit.

Mustererkennung ist wichtig bei der Übertragung und Speicherung von Information, die mit viel Redundanz behaftet ist, wie z.B. beim Telefon, Fernsehen oder auch bei Luftbildern. Das Telefon stellt zur Übertragung der Sprache einen Kanal mit einer Bandbreite von ca. 3 kHz zur Verfügung, obwohl nur einige wenige bits pro Sekunde übertragen werden, falls man die Sprache in einzelne Buchstaben oder Silben zerlegen würde. Analoge Überlegungen werden auch zur Übertragung und Speicherung von Bildern (Fernsehen, Bildtelefon) angestellt. Es ist jedoch schwierig, die subjektiv wichtige Bildinformation zu extrahieren und daraus dann für den Verbraucher wieder ein genießbares Bild aufzubauen. Zu diesem Zweck versucht man, auch eine "Bildsprache" zu entwickeln. Bei der Auswertung von Luftbildern erscheint es sinnvoll, einen Teil der Auswertung bereits direkt nach der Aufnahme, besser noch während der Aufnahme durchzuführen, und dann nur noch die extrahierte Information zu übertragen, anstatt die des ganzen Bildes.

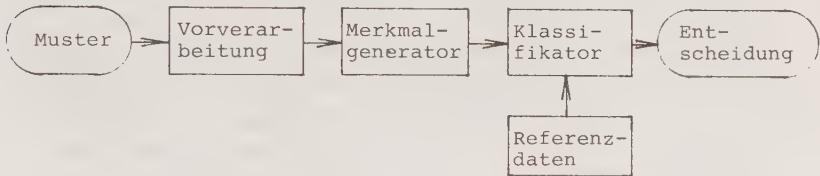
Hinter allen Datenreduktionsverfahren muß jedoch immer der wirtschaftliche Aspekt stehen, nämlich das Gesamtsystem zu optimieren, d.h. die Codierungs- und Decodierungskosten einerseits und die Übertragungs- und Speicherkosten andererseits aufeinander abzustimmen.

Die automatische Mustererkennung ist wichtig zur Entlastung des Menschen von stumpfsinnigen Routinearbeiten, z.B. Eintippen von Preisen in Registrierkassen oder Flaschenkontrolle in Brauereien. Mit Hilfe von schnellen und billigen automatischen Erkennungssystemen können auch Projekte angegriffen werden, die sonst wegen des zu hohen personellen Einsatzes zu unwirtschaftlich gewesen wären, z.B. Reihenuntersuchungen zur Früherkennung von Krankheiten.

Wie bei jeder neuen wissenschaftlichen oder technischen Errungenschaft sollte man sich, so auch bei der Mustererkennung, überlegen, wem sie langfristig nutzt. Wie bei jeder Rationalisierung gehen viele einfache Arbeitsplätze verloren, meist wenige, höher qualifizierte werden dafür geschaffen. Das bedeutet aber, daß die Zeiten für Ausbildung steigen und die für die Produktion notgedrungen sinken. Ob Rationalisierungen gesamtwirtschaftliche Vorteile bringen, und ob die Lebensqualität steigt, kann man nicht von vornherein entscheiden. Selbst für spezielle Rationalisierungen ist die Beurteilung ihres Wertes für die Allgemeinheit oft recht schwierig. Außerdem sollte man bedenken, daß fast jeder technische Fortschritt, der ursprünglich zum Wohl des Menschen gedacht war, auch zu seiner Zerstörung verwendet werden kann. Die gesellschaftliche Relevanz wissenschaftlicher Arbeit sollte mit den obigen Gedankengängen nur kurz angerissen werden. Eine ausführliche Diskussion dieser Problematik würde an dieser Stelle zu weit führen. Jeder ernsthafte Wissenschaftler sollte sich jedoch dieser gesellschaftlichen Verantwortung bewußt sein, und er sollte neben der intellektuellen Befriedigung die hervorragend entwickelten Erkennungsfähigkeiten des Menschen nun Maschinen überlassen zu können, sein eigenes Urteil über den Wert seiner Arbeit sich nicht nur von seinen Fachkollegen bestätigen zu lassen.

2. Blockstruktur der Mustererkennung

In diesem Kapitel wird versucht, die Verarbeitung eines Musters von der Datenaufnahme bis zu einer Entscheidung zu gliedern. Wegen der Vielfalt der Muster, Problemstellungen und Methoden, ist es nicht verwunderlich, wenn sich nicht alle Verfahren in eine Struktur pressen lassen, trotzdem kann man viele Erkennungsmethoden gemäß Fig. 2-1 in drei große Blöcke gliedern.



Figur 2-1: Blockstruktur der Mustererkennung

Die Vorverarbeitungseinheit bereitet die Rohdaten auf, gemäß den Eigenschaften des Musters, des Merkmalgenerators und der Fragestellungen. Aus den vorverarbeiteten Daten wird ein Merkmalvektor gewonnen, d.h. das Muster wird mit wenigen, problemorientierten Daten repräsentiert, so daß daraus der Klassifikator durch Vergleich mit Referenzdaten eine Entscheidung treffen kann. Im folgenden werden die drei Einheiten an Beispielen aus der Bildverarbeitung näher erläutert.

2.1. Vorverarbeitung

Der Vorverarbeitung kommen mehrere Aufgaben zu. Sie soll die Rohdaten an die speziellen Eigenschaften des Merkmalgenerators anpassen und sie soll versuchen, Störungen im Muster zu eliminieren. Man kann mit Vorverarbeitung auch gewisse zusätzliche Systemeigenschaften erzielen.

Die Klassifikation von biologischen Zellen kann z.B. mit den Methoden der syntaktischen oder strukturellen Mustererkennung /2-1/ angegangen werden. Die Vorverarbeitungseinheit hat hier die Aufgabe, aus dem vorliegenden Grautonbild möglichst fehlerlos ein geschlossenes Linienbild zu erstellen. Oft ist man nur am Vorhandensein eines gewissen Musters innerhalb eines Bildabschnitts interessiert, nicht aber an Lage oder Maßstab. Die Vorverarbeitung kann hier durch geeignete Bildtransformationen hilfreich eingreifen, um dem Merkmalgenerator Signale mit den gewünschten Invarianzeigenschaften anzubieten. Einige Beispiele von rein optischen und hybriden Verfahren sind in Abschnitt 8.1. näher erläutert.

2.2. Merkmalsextraktion

Die Aufgabe des Merkmalgenerators besteht darin, aus der Fülle der vorverarbeiteten Daten die gewünschte Information zu extrahieren, um sie als Merkmalvektor dem Klassifikator in leicht interpretierbarer Form zur Verfügung zu stellen. Der Merkmalgenerator führt meist den größten Teil der Datenreduktion im gesamten Verarbeitungsprozeß durch.

Um das Beispiel aus der syntaktischen Mustererkennung fortzuführen, besteht hier der Merkmalgenerator aus einem Linienverfolgungsalgorithmus, der feststellt, ob es sich um gerade, links- oder rechtsgekrümmte Linien, Spitzen usw. handelt. Der Merkmalvektor besteht dann aus der Sequenz

dieser Eigenschaften. Bei komplizierteren Strukturen mit Linienkreuzungen und Hinterschneidungen, d.h. bei der Analyse von ganzen Szenen, werden auch Relationen von Bildsegmenten untereinander wichtig, so daß aus der obigen Sequenz von Eigenschaften baumartige Strukturen werden, zu deren Beschreibung man formale Sprachen mit Grammatiken entwickelt.

Für viele Probleme genügen jedoch auch wesentlich einfachere Merkmalgeneratoren ohne eigene Logik und Verzweigungsmöglichkeiten. Zur Erkennung von wohldefinierten Strukturen, z.B. Maschinenschrift, liefert z.B. die Korrelation, das ist eine lineare Integraloperation, zufriedenstellende Ergebnisse. Der Merkmalvektor besteht dann aus den Korrelationsergebnissen, siehe Abschnitt 3.3. und Kapitel 5.-9.

2.3. Klassifikation

Der Klassifikator hat die Aufgabe, aus dem Merkmalvektor Entscheidungen zu ziehen, d.h. das angebotene Muster in eine Klasse von Mustern einzusortieren. Sollen wohldefinierte Muster erkannt werden, so legt man die Klassen von vornherein fest. Sie bestehen meist aus abgeschlossenen Gebieten im Merkmalraum, der durch die Merkmalvektoren aufgespannt wird. Fällt dann ein Merkmalvektor eines unbekannten Musters in ein solches Gebiet, so wird es der jeweiligen Klasse zugeordnet. Sind die statistischen Eigenschaften der Muster bekannt, so lassen sich die Gebietsgrenzen der Klassen optimal festlegen, um Fehlklassifikationen auf ein Minimum zu reduzieren /2-2/. Im Falle der Schriftzeichenerkennung würde im einfachsten Fall jeder Buchstabe eine Klasse darstellen. Manchmal sind die Klassen von vornherein nicht bekannt, man versucht dann, lernende Algorithmen zu entwickeln. In der ersten Phase werden die Merkmalvektoren des zu durchforstenden Materials bestimmt und in den Merkmalraum einsortiert. Algorithmen versuchen nun in der zwei-

ten Phase Ballungszentren von Merkmalvektoren aufzuspüren und Grenzen zwischen den Zentren festzulegen. Solche Verfahren werden zum Teil mit Erfolg zur Auswertung von Luftbildern benutzt /2-3/.

2.4. Zusammenfassende Bemerkungen

Der Verarbeitungsprozeß vom Muster bis zur Entscheidung stellt im allgemeinen eine enorme Datenreduktion dar. Diese Datenreduktion kann auf alle drei Einheiten von Fig. 2-1 verteilt sein. Die Vorverarbeitung kann datenreduzierend arbeiten, muß aber nicht, die größte Datenreduktion führt meist der Merkmalgenerator durch, der Klassifikator erledigt den Rest. An dieser Hierarchie sieht man, daß die Festlegung der Grenzen zwischen den drei Einheiten im wesentlichen willkürlich ist oder bei konkreten Systemen sich nach der Hard- oder Software Struktur richtet. Ein Beispiel in Abschnitt 3.3. verdeutlicht die verschiedenen Betrachtungsweisen.

Mustererkenner stehen oft vor dem Problem, daß primär sehr verschiedene Muster einer Klasse angehören sollen, gleichzeitig aber Muster mit sehr kleinen Abweichungen zu trennen sind. Ein Beispiel aus der Schriftzeichenerkennung soll dies erläutern. Primär verschiedene Muster können aus einem Buchstaben entstehen z.B. durch Rauschen, Verschiebung, Rotation, Maßstabsänderung, Verwendung von verschiedenen Typensätzen und im Extremfall durch verschiedene Schreiber bei Handschrift. Andererseits müssen sehr ähnliche Zeichen z.B. die Buchstaben "O" und "Q" sicher getrennt werden.

Die Entscheidung, wie man ein konkretes Problem anpackt, erfordert viel Intuition, da bisher noch keine geschlossene Theorie existiert, die Aussagen über die günstigsten Kombinationen macht der anzuwendenden Methoden in der Vorverarbeitung, der Merkmalgewinnung und der Klassifikation.

Hat man sich auf die Methoden festgelegt, so lassen sich die Einzelblöcke meist getrennt optimieren. Die Theorie der Klassifikation ist dabei bereits am weitesten entwickelt. Allgemein läßt sich sagen, je mehr Intelligenz man in die ersten Verarbeitungsstufen steckt, desto leichter haben es die nachfolgenden und umgekehrt, siehe z.B. Kapitel 8., wo verschiedene Möglichkeiten zur Erzielung von Shiftinvarianz diskutiert werden.

Die Auswahl der Methoden im Zusammenhang mit ihren Realisierungsmöglichkeiten spielt bei der Lösung von praktischen Problemen eine bedeutende Rolle.

3. Übersicht über Implementationsmöglichkeiten

In diesem Kapitel werden Fragen der Implementierung von Mustererkennungssystemen behandelt. Es wird gezeigt, in welchen Fällen die Verarbeitung mit optischen Analog-Methoden sinnvoll erscheint. Dazu werden die wichtigsten Eigenschaften von optischen Systemen verbal dargestellt und ein wichtiges Beispiel bereits bestehender optischer Zeichenerkennungsmethoden (Matched Filter) erläutert. An Hand der dabei auftretenden Probleme wird das Ziel der vorliegenden Arbeit abgesteckt.

3.1. Elektronische Verarbeitung

Viele Muster liegen bildhaft vor, d.h. sie lassen sich nach Durch- oder Bestrahlung als zweidimensionale Lichtverteilung beschreiben. Die meisten der bereits bestehenden automatischen Erkennungssysteme verarbeiten die Daten elektronisch, sei es analog, digital oder auch gemischt. Die Konvertierung der Lichtverteilung in elektronische Signale erfolgt meist durch Scanning, also durch Abtasten des Bildes. Je nach Einsatz und Anforderungen verwendet man einen einzigen punktförmigen Detektor oder Detektorzeilen mit bis zu 2048 Einzeldetektoren /3-1/, die jedoch dann elektronisch meist seriell ausgelesen werden. Die hochentwickelte Technik zur Herstellung von integrierten elektronischen Systemen erlaubt es, auch zweidimensionale Empfängerarrays zu realisieren mit bis zu 512×512 Auflösungspunkten /3-2/. Die elektronische Weiterverarbeitung der gewonnenen Daten erfolgt fast ausschließlich seriell, auch wenn die Lichtempfänger teilweise parallel oder vollständig parallel arbeiten. Erst in neuester Zeit arbeitet man an digitalen Parallelprozessoren, man denkt dabei an Parallelschaltungen von ca. 10 - 100 Einzelprozessen /3-3/, an Zahlen also, die im Vergleich zu der Anzahl von Auflösungspunkten eines Bildes sehr bescheiden sind.

Die Flexibilität der digitalen Verarbeitung erlaubt es im Prinzip, jede noch so schwierige Mustererkennungsaufgabe zu lösen, da jeder nur erforderliche, noch so komplizierte Algorithmus im Prinzip implementierbar ist. Gerade wegen dieser hohen Flexibilität war es bisher noch nicht möglich, allgemein gültige, übergreifende Konzepte zur Mustererkennung zu entwickeln, so daß man bis heute im wesentlichen auf ad hoc Lösungen für spezielle Probleme angewiesen ist, wie es auf dem 1. und 2. DAGM-Symposium /3-4,5/ deutlich zu spüren war. Es zeigt sich jedoch, daß eine Reihe von Problemen auch durch einfache Verarbeitungsmethoden sinnvoll zu lösen sind. Hier ist dann der Einsatzpunkt der optischen Zeichenerkennung gegeben.

3.2. Optische Verarbeitung

Die optische Mustererkennung versucht, einen Teil der Verarbeitung mit optischen Methoden durchzuführen, sie versucht also, die Schnittstelle Optik-Elektronik in der Blockstruktur von Figur 2-1 möglichst weit nach hinten zu schieben. Der Begriff OCR (engl. Optical Character Recognition) führt teilweise zur Verwirrung, da er von digitalen Leuten bereits dann verwendet wird, falls das zu erkennende Muster bildhaft vorliegt, während die Verarbeitung voll elektronisch ausgeführt wird. Um den Rahmen der sinnvollen Einsatzmöglichkeiten der optischen Verarbeitungen abzustecken, muß geklärt werden, welche Operationen mit optischen Mitteln durchführbar sind, und es muß geklärt werden, welchen Problemen die optische Verarbeitung besser angepaßt ist als die elektronische.

Im folgenden werden einige prinzipielle Eigenschaften von optischen Verarbeitungssystemen vorweg genommen, um daraus die Einsatzmöglichkeiten abzuleiten. Eine quantitative Behandlung erfolgt in den Abschnitten 4.1. und 4.2. In erster Linie ist hier nur an einfache passive optische Systeme

gedacht, also an Systeme ohne Verstärker, ohne Verzweigungen und ohne eigene Logik. Solche Systeme sind in der Lage, zweidimensionale Integraloperationen mit großen Datenmengen parallel mit Lichtgeschwindigkeit auszuführen. /3-17/. Das bedeutet konkret, daß z.B. ein Bild mit 1000 x 1000 Auflösungspunkte bei einer optischen Aufbauhöhe von 30 cm in 1 ns "verarbeitet" werden kann. An diesem Zahlenbeispiel sieht man, daß in optischen Systemen nicht die eigentliche "Verarbeitungszeit" den tatsächlichen Datendurchsatz bestimmt, sondern die Schnittstellen bei Ein- und Ausgabe. Die Eingabe kann durch Verschieben der Vorlage entweder mechanisch oder virtuell durch Lichtablenker erfolgen, oder man verwendet elektro- oder akustooptische Modulatoren oder selbstleuchtende Displays, die jedoch meist nur einen seriellen Datenstrom verkraften. An der Ausgabeschnittstelle wird das Licht meist zur Weiterverarbeitung wieder in elektronische Signale gewandelt. Da die Detektoren nicht beliebig hohe Zeitfrequenzen auflösen, kann auch diese Schnittstelle den effektiven Datenstrom begrenzen, besonders dann, wenn man viele optische Daten benötigt, und deshalb Scanningtechniken anwenden muß. Anhand dieser Eigenschaften läßt sich abschätzen, für welche Aufgaben eine optische Verarbeitung zur Zeit sinnvoll erscheint.

Die optische Verarbeitung erscheint angebracht, falls die zu verarbeitenden Muster bereits als zweidimensionale Lichtverteilung vorliegen, um die hohe Parallelkapazität nützen zu können. Mit relativ einfachen Operationen sollte eine hohe Datenreduktion erzielt werden, so daß man nur wenige Punkte der Ausgangsverteilung zur Weiterverarbeitung messen muß. Optische Systeme eignen sich gut für Routinearbeiten, da man dann das "Programm" des optischen Prozessors, bestehend aus Linsen, Spiegeln, Masken usw., nicht ändern muß. Für einen Teil der anfallenden Mustererkennungsaufgaben sind obige Voraussetzungen durchaus erfüllt, so daß es wirtschaftlich erscheint, optische Methoden in Praxis einzusetzen. In Zukunft könnten optische Verarbeitungsmethoden noch attraktiver werden, falls die Per-

fektion in Genauigkeit und Geschwindigkeit der elektro-optischen Schnittstellen weiter steigt und falls handhabbare aktive Komponenten (z.B. Laserverstärker) zur Verfügung stünden. Mit den Begriffen aktiv und passiv muß man vorsichtig umgehen, da z.B. der elektrische Transistor, vom energetischen Standpunkt aus, passiv wirkt, da er keine elektrische Energie erzeugt. Als aktives Element wird er wohl deshalb bezeichnet, da er Kennlinien mit Steigungen größer als eins realisieren kann, so daß die Verstärkung von Kleinsignalen ermöglicht wird. In letzter Zeit sind jedoch optische Komponenten mit ähnlichen Eigenschaften entwickelt worden /3-6/, wenn auch noch mit etwas unhandhabbaren Parametern. Da man Lichtverteilungen z.B. mit halbdurchlässigen Spiegeln addieren, im kohärenten auch subtrahieren kann, lassen sich analog zu elektronischen Systemen Rückkopplungskreise aufbauen /3-7,8/. Damit kann man analoge Operationsverstärker /3-9/ und auch binäre Komponenten, z.B. Flip-Flops realisieren, welche den Aufbau von dynamischen optischen Speichern ermöglichen /3-10/. Diese Hardwarekomponenten eröffnen dann all die Möglichkeiten von analoger und digitaler Verarbeitung, die bisher hauptsächlich der Elektronik vorbehalten waren. Gleichzeitig muß man jedoch beachten, daß die Entwicklung von elektronischen Rechnern noch keineswegs abgeschlossen ist. Die elektronischen Komponenten werden laufend billiger, höher integriert und somit kleiner und schneller und unkritischer gegen Umweltbedingungen, so daß der Einsatz von elektronischen Rechnern ebenfalls an Attraktivität gewinnt.

3.3. Matched Filter

Ein wichtiges Verfahren zur Zeichenerkennung stellt der matched Filter dar. Er wurde ursprünglich zum Auffinden von Zeitfunktionen in stark verrauschter Umgebung entwickelt /3-11/. Mit Hilfe des Vander Lugt Filters /3-12/ konnte das Konzept auf zweidimensionale Ortsfunktionen übertragen werden. Sucht man innerhalb einer Objektfunktion $O(x,y)$ nach einem gewissen Muster $F(x,y)$, so korreliert man die beiden Funktionen:

(3.3-1)

$$I(x,y) = O(x,y) \otimes F(x,y) = \iint O(x',y') F^*(x'-x, y'-y) dx' dy'.$$

(*: komplex konjugiert)

Ist das Muster F an einer gewissen Stelle innerhalb O enthalten, so treten gerade an der äquivalenten Stelle in der Korrelationsfunktion $I(x,y)$ hohe Funktionswerte auf. Das Muster nach dem man sucht, wird also als Referenzsignal bereit gestellt, daher der Name angepaßter oder Matched Filter. Klassische optische Komponenten erlauben es, das zweidimensionale Korrelationsintegral mit der gesamten Datenmenge parallel auszuführen, siehe Abschnitt 4.2.3. Die Korrelation stellt eine der Optik wohl best angepaßte Operation dar. Der Matched Filter arbeitet nicht nur bei weißem Rauschen als Hintergrund, sondern auch mit deterministischen Signalen, so ist er z.B. gut geeignet, innerhalb eines Lexikons ein bestimmtes Schlüsselwort zu lokalisieren, man kann damit z.B. Assoziativspeicher aufbauen. Der Matched Filter erlaubt es auch, ein Zeichenerkennungssystem aufzubauen. Die Aufgabe besteht also darin, herauszufinden, um welches Zeichen O_n aus einem wohldefinierten Zeichensatz, $n = 1 \dots N$ es sich handelt. Als Referenzzeichen werden alle möglichen Zeichen gewählt:

$$F_k(x,y) = O_k^*(x,y) \quad (k = 1 \dots N) . \quad (3.3-2)$$

Das unbekannte Zeichen O_n wird nun mit allen Referenzzeichen korreliert. Mit der Annahme, daß O_n zentriert war, erfolgt die Identifikation im einfachsten Fall durch die Bestimmung des Maximums aller Korrelationskoeffizienten

$$I_{nk}(O, O) = (O_n(x, y) \otimes F_k^*(x, y)) \quad (O, O) \quad (3.3-3)$$

Lieferte also das Referenzzeichen F_{k_O} den maximalen Korrelationskoeffizienten, so ist $n = k_O$. Damit diese Aussage auch noch bei sehr ähnlichen Zeichen und bei Zeichen, die ineinander liegen wie z.B. die Buchstaben "O" und "Q" oder "E" und "F", erhalten bleibt, muß man die Referenzzeichen sinnvoll normieren /3-13/:

$$F_k(x, y) = \frac{O_k^*(x, y)}{\sqrt{\int \int |O_k(x, y)|^2 dx dy}} \quad (3.3-4)$$

Die Korrelation kann auch als Ähnlichkeitsmaß zweier Funktionen aufgefaßt werden. Die Funktionen $O(x)$ und $F(x)$ sind offensichtlich um so ähnlicher, je kleiner ihr euklidischer Abstand A ist:

$$\begin{aligned} A &= \int |O(x) - F(x)|^2 dx = \quad (3.3-5) \\ &= \int |O(x)|^2 dx - \int O(x) F^*(x) + c.c. dx + \int |F(x)|^2 dx. \end{aligned}$$

A kann bei nichtverschwindenden Funktionen O und F nur klein werden, falls der Kreuzterm in Gl. (3.3-5) groß wird; dieser stellt aber gerade den Korrelationskoeffizienten an der Stelle Null dar.

Die in Abschnitt 2.4. angedeutete Problematik der Eingliederung von realen Systemen in die Blockstruktur von Figur 2-1 sei am Beispiel des Matched Filters kurz erläutert. Man kann im wesentlichen zwei Standpunkte einnehmen:

- 1) Vorverarbeitung und Merkmalgenerator entfallen, d.h. der Merkmalvektor besteht aus allen Auflösungspunkten des Musters selbst. Die Korrelation des Merkmalvektors mit Referenzzeichen und die darauffolgende Maximumsdetektion stellt einen linearen Klassifikator dar /3-14/. Die gesamte Datenreduktion übernimmt also der Klassifikator.
- 2) Man kann sich jedoch auch auf den Standpunkt stellen, daß der Merkmalvektor eines Zeichens O_n durch die N Korrelationssignale $I_{nk}(O,O)$ ($k = 1 \dots N$) gegeben ist. Die Korrelation mit den Referenzzeichen F_k stellt also den Merkmalgenerator dar. Der Klassifikator kann dann sehr einfach strukturiert sein, z.B. nur Detektion des Maximums, um das selbe Verarbeitungskonzept wie in 1) zu implementieren. Der überwiegende Teil der Datenreduktion erfolgt hier also im Merkmalgenerator.

Die zweite Betrachtungsweise läßt sichere Entscheidungen zu, falls man die N Komponenten der Merkmalvektoren mit einem aufwendigeren Verfahren als der reinen Maximumsdetektion auswertet. Da alle Kreuzkorrelationen $I_{nk}(O,O)$ ($n, k = 1 \dots N$) berechnen- oder meßbar sind, könnte man z.B. das Matched Filterverfahren auf die Korrelationssignale anwenden. Es wäre dann wieder ein linearer Klassifikator realisiert, der jetzt aber auf den auf N Komponenten reduzierten Datensatz wirkt. Der Vorteil des zweiten Verfahrens ist sofort einzusetzen, wird nämlich eine Korrelation im Merkmalgenerator wegen Störeinflüssen falsch ausgeführt, so ist es sehr unwahrscheinlich, daß deswegen das Zeichen falsch identifiziert wird, da alle Korrelationen zur Entscheidung beitragen. Der selbe Fehler könnte jedoch im Verfahren 1) zu einer Fehlklassifikation führen, falls sich durch die falsch ausgeführte Korrelation das Maximum in den I_{nk} Werten verschiebt. Im weiteren Verlauf wird immer die zweite Betrachtungsweise verwendet.

3.4. Ziel der Arbeit

Die Implementation des Merkmalgenerators durch Korrelationen führt in der Praxis zu einigen Problemen. Im Falle von Matched Filtering muß man bei großen Datensätzen eine Vielzahl von Korrelationen durchführen, um ein Zeichen identifizieren zu können, so umfaßt z.B. die chinesische Schrift bereits im Grundschulniveau mehr als 3000 Zeichen. Die optische Ausführung führt zu weiteren Problemen, da die Referenzfunktionen meist als optische Transparenzen bereitgestellt werden müssen. Man kann entweder mit viel Aufwand alle Korrelationen parallel aufbauen, oder mit nur einem Korrelator seriell arbeiten, was jedoch die Datenrate empfindlich einschränken kann. Ein noch einschneidenderes Problem liegt in der Merkmalgewinnung selbst, da die Korrelation in vielen Fällen ein viel zu empfindliches Vergleichsmaß darstellt. Zeichen, auf die einfache geometrische Abbildungen gewirkt haben wie z.B. seitliche Verschiebung, Verdrehung, Maßstabsänderung, Scherung usw., sind im allgemeinen nicht mehr zu identifizieren /3-15/. Der Matched Filter reagiert naturgemäß auch auf Variationen der Zeichen innerhalb einer Klasse empfindlich, z.B. bedingt durch verschiedene Typensätze bei Schriftzeichen. Völlig aussichtslos erscheint das Matched Filter Konzept zur Erkennung von dreidimensionalen Szenen, die aus verschiedenen Richtungen betrachtet werden.

An Hand der aufgezeigten Probleme müssen sowohl an das optische System als auch an das Erkennungsproblem selbst einige Forderungen gestellt werden, um die Korrelation als Merkmalgenerator sinnvoll einsetzen zu können.

- 1) Die Erkennungsaufgabe sollte nicht zu schwierig sein, d.h. es sollte sich um einen möglichst fest definierten Datensatz handeln.
- 2) Die Datenmenge sollte groß sein, so daß der "festverdrahtete" optische Prozessor seine volle Wirtschaftlichkeit erbringen kann.
- 3) Der optische Prozessor sollte eine hohe Datenreduktion gewährleisten, damit man nur wenige Parallelkanäle aufbauen muß, und die Daten zur Weiterverarbeitung parallel auslesen kann.

- 4) In die Referenzzeichen sollte man viel Intelligenz investieren, um den Merkmalvektor gegen manche Zeichenstörungen unempfindlich zu machen.
- 5) Eine geeignete Vorverarbeitung kann helfen, zusätzliche Systemeigenschaften zu gewährleisten. Sie sollte aber ebenfalls optisch erfolgen, um keine Zeit durch Konvertierungsarbeit zu verlieren.

Bereits im Jahre 1974 erkannten B. Braunecker und A.W. Lohmann /3-16/, daß Zeichenerkennung durch Korrelation auch mit weniger Referenzzeichen als Objekte möglich ist. Sie berechneten die Referenzzeichen derart, daß die Korrelation mit den Objekten festvorgegebene Korrelationswerte lieferten. Mit Hilfe eines binären Codes genügten also K nicht redundante Korrelations- (NRK) Messungen zur Identifizierung von $N = 2^K$ Objekten. Die Referenzzeichen waren also im Gegensatz zum Matched Filter nicht jedem Objekt einzeln, sondern dem gesamten Ensemble von Objekten angepaßt. Damals wurde jedoch ein Algorithmus angegeben, der sich in vielen Fällen nicht direkt in die Praxis umsetzen ließ, weitere Einzelheiten siehe Abschnitt 5.1. und 5.2.

Der Rahmen der vorliegenden Arbeit ist durch die Forderung abgesteckt, daß die Merkmalgewinnung optisch, speziell also durch Korrelation, erfolgen soll. Das Ziel ist eine praxisgerechte Weiterentwicklung des obigen Grundgedankens, also die Zahl der Referenzzeichen von N auf $K = \lg N$ zu reduzieren, falls $N = 2^K$ gilt. Somit eröffnet sich die Möglichkeit, die wenigen Korrelationskanäle parallel aufzubauen und dadurch den Datendurchsatz erheblich zu steigern. Zur Berechnung der Referenzzeichen werden effiziente Algorithmen vorgestellt, siehe Abschnitt 5.2. Darüber hinaus wird in Kapitel 6. die Störanfälligkeit des Systems untersucht und Maßnahmen ergriffen, das System gegen bekannte Störungen insensitive zu gestalten, siehe Kapitel 7. Außerdem werden in Kapitel 8. einige Methoden vorgeschlagen, darunter auch Vorverarbeitungsverfahren, um gewisse Invarianzeigenschaften zu erreichen. Kapitel 9. berichtet von einigen typischen Experimenten.

4. Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Fourieroptik und die Grundlagen der digitalen Verarbeitungsverfahren, soweit sie für das Verständnis der Arbeit notwendig sind, knapp umrissen.

4.1. Beugungstheorie

Viele Eigenschaften des Lichtes lassen sich durch seine Wellennatur erklären. Falls die Strahlungsintensität hoch genug ist, werden die Eigenschaften gut durch die Beschreibung als elektromagnetische Welle wiedergegeben. Das zeitliche und räumliche Verhalten des elektrischen und magnetischen Feldes gehorcht den Maxwellgleichungen /4-1/. Für die Ausbreitung im freien Raum, bzw. in einem homogenen Medium, läßt sich daraus die Wellengleichung ableiten /4-2/. Im folgenden wird nur skalare Theorie betrieben, d.h. der Vektorcharakter des elektromagnetischen Feldes wird vernachlässigt, es wird also nur die Amplitude $u(x, y, z, t)$ einer Komponente betrachtet. Mit dieser vereinfachten Theorie kann man nur isotrope Medien und Strukturen, die größer als einige Wellenlängen sind, behandeln.

Die Wellengleichung für isotrope und homogene Medien mit ϵ und μ als relative Dielektrizitäts- und Permeabilitätskonstante lautet:

$$\nabla^2 u(\underline{r}, t) - \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 u(\underline{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (4.1-1)$$

$$\text{mit } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

und $\underline{r} = (x, y, z)$.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit beträgt $\frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$.

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit wird im folgenden nur die Ausbreitung im Vakuum betrachtet, also $\epsilon = \mu = 1$.

Geht man von monochromatischen Wellen aus, so läßt sich das Feld explizit schreiben als

$$u(\underline{r}, t) = u(\underline{r}) \cos [2\pi \nu t + \phi(\underline{r})], \quad (4.1-2)$$

wobei $u(\underline{r})$ und $\phi(\underline{r})$ die Amplitude und Phase am Ort $\underline{r}$, und ν die Frequenz beschreiben. Der Übergang zur komplexen Formulierung erleichtert viele Rechnungen:

$$u(\underline{r}, t) = \text{Re} \left\{ U(\underline{r}) e^{-2\pi i \nu t} \right\}, \quad (4.1-3)$$

mit $U(\underline{r}) = u(\underline{r}) e^{-i \phi(\underline{r})}$.

Da die reelle Verteilung u die Wellengleichung (4.1-1) erfüllen muß, muß die komplexe Größe U , auch analytisches Signal genannt, die zugehörige zeitfreie Wellengleichung, die Helmholtzgleichung erfüllen:

$$(\nabla^2 + k^2) U = 0, \quad (4.1-4)$$

mit der Wellenzahl $k = 2\pi \frac{\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$.

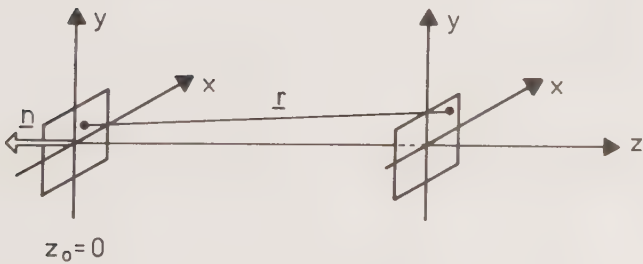
Das Rechnen mit dem analytischen Signal ist unbedenklich, falls man nur lineare Operationen ausführt. Bei nicht-linearen Operationen muß Vorsicht walten, so wird z.B. die Lichtintensität (Absolutquadrat und zeitliche Mittelung) um den Faktor 2 zu hoch wiedergegeben. Berücksichtigt man jedoch, daß das elektrische und magnetische Feld jeweils den gleichen Energiebeitrag liefern, so stimmt auch die Gesamtintensität in der Formulierung des analytischen Signals. Mehr zu dieser Problematik siehe Born und Wolf /4-3/.

Ziel der Beugungstheorie ist es nun, die Lichterregung an einem Punkt $\underline{r}_0$ zu bestimmen, falls sie auf einer den Punkt umschließenden Fläche S bekannt ist (siehe Fig. 4.1-1).



Figur 4.1-1: Illustration zur Beugungstheorie

Praktisch läßt sich damit der Spezialfall der Lichtausbreitung beschreiben, also die Beantwortung der Frage, wie die Lichtverteilung in der Ebene z aussieht, falls sie in der Ebene $z_0 = 0$ gegeben ist (siehe Fig. 4.1-2).



Figur 4.1-2: Illustration zur Lichtausbreitung

Durch geeignete Wahl der Integrationsfläche S und mit dem mathematischen Konzept der Green'schen Funktionen erhält man das Rayleigh-Sommerfeld'sche Beugungsintegral:

$$U(x, y; z) = \frac{1}{i\lambda} \iint U(x_0, y_0; z_0) \frac{e^{ikr}}{r} \cos(\underline{n}, \underline{r}) dx_0 dy_0. \quad (4.1-5)$$

Die Herleitung und Vergleich mit der Kirchhoff'schen Beugungstheorie ist von Goodman /4-4/ mit vielen Literaturhinweisen dargestellt. Vernachlässigt man den $\cos$ -Faktor, so stellt die Gleichung (4.1-5) die von Huygens intuitiv gefundene Entwicklung nach Kugelwellen dar.

Fresnel'sche Näherung

Läßt man nur kleine Winkel zwischen dem Vektor $\underline{r}$ und der z -Achse zu, so wird das unhandliche Beugungsintegral durch die Fresnel'sche Beugung gut approximiert. Voraussetzung hierzu ist also eine räumliche Begrenzung der Lichterregung in z_0 , eine räumliche Begrenzung des Beobachtungsgebietes und ein großer Abstand zwischen den beiden Ebenen. In der Fresnel'schen Beugung wird der $\cos$ -Faktor durch 1 angenähert, der Abstand r wird im Nenner durch z ersetzt, während im Exponenten der e -Funktion r entwickelt werden muß, um die Abweichungen klein gegenüber der Wellenlänge λ zu halten.

Nach Entwicklung von r bis zum quadratischen Glied (paraxiale Näherung) vereinfacht sich das Beugungsintegral (4.1-5) zu:

$$U(x, y; z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint U(x_0, y_0, 0) e^{i\frac{k}{2z} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} dx_0 dy_0.$$

(4.1-6)

Kirchhoff'sche Näherung

In optischen Systemen ist es nicht nur wichtig, die Ausbreitung von Licht zu verstehen, sondern auch die Wechselwirkung mit Materie. Bei Verwendung von Licht zur Informationsübertragung kommt der räumlichen Modulation von Lichtbündeln große Bedeutung zu.

Im Rahmen der Kirchhoff'schen Näherung /4-5/ werden diese Modulatoren als "dünn" angenommen, d.h. sie werden durch einen punktwisen Transmissionsgrad $T(x, y)$ vollständig beschrieben. Die Lichtverteilung unmittelbar hinter dem Modulator ergibt sich aus der Lichtverteilung unmittelbar davor, multipliziert mit dem Transmissionsgrad. Man setzt dabei zusätzlich voraus, daß T unabhängig von der Lichtintensität ist. T kann komplex sein, d.h. der Modulator beeinflußt die Amplitude und die Phase des Lichts:

$$U(x, y; z_0 + 0) = U(x, y; z_0 - 0) \cdot T(x, y) . \quad (4.1-7)$$

Auch für nicht unendlich dünne Modulatoren läßt sich die Kirchhoff'sche Näherung noch sinnvoll anwenden, so lang die laterale Struktur groß im Vergleich zur Dicke ist.

4.2. Optische Systeme

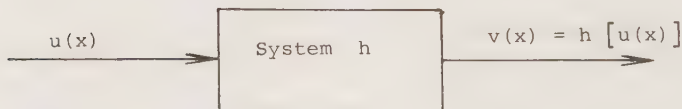
Unter optischen Systemen sollen hier Kombinationen von Lichtpunkten, räumlichen Modulatoren, freier Raum (Lichtausbreitung) und Detektoren verstanden werden, die im Rahmen der Fresnel'schen und Kirchhoff'schen Näherungen beschreibbar sind.

4.2.1. Modulation und Ausbreitung

Lichtmodulation und Ausbreitung sind lineare Operationen, man kann sie daher mit linearer Systemtheorie /4-4/ behandeln. Im folgenden werden aus Gründen der besseren Übersichtlichkeit alle Funktionen nur eindimensional geschrieben. Die jeweilige Erweiterung zum zweidimensionalen bereitet bei Verwendung von kartesischen Koordinaten keine Schwierigkeiten.

Ein System h heißt linear, falls Linearkombinationen von mehreren Eingangssignalen $u_i(x)$ zu denselben Linearkombinationen der Ausgangssignale $v_i = h[u_i]$ führen, siehe Fig. 4.2.1-1. Es muß also gelten:

$$h[k_1 u_1 + k_2 u_2] = k_1 h[u_1] + k_2 h[u_2]. \quad (4.2.1-1)$$



Figur 4.2.1-1: Blockbild eines linearen Systems

Ein solches System ist durch seine Impulsantwort $h(x', x)$ vollständig beschrieben. Wird dem System also ein punktförmiges Signal am Orte x_0 angeboten, $u(x') = \delta(x' - x_0)$, so entsteht am Ausgang gerade $v(x) = h(x, x_0)$. Mehrere Definitionen der Dirac-Deltafunktion $\delta(x)$ sind im Anhang A1.1 gegeben.

Für allgemeine Eingangssignale gilt unter der Voraussetzung eines linearen Systems:

$$v(x) = \int u(x') h(x, x') dx' . \quad (4.2.1-2)$$

Die Hintereinanderschaltung von linearen Systemen ergibt wieder ein lineares System.

Beispiele

a) Lichtmodulation

Die Lichtmodulation mit einer Transmission $T(x)$ wird in diesem Schema beschrieben durch:

$$h(x, x') = T(x') \cdot \delta(x - x') , \quad (4.2.1-3)$$

so daß gilt:

$$\begin{aligned} v(x) &= \int u(x') \cdot T(x') \cdot \delta(x - x') dx' = \\ &= u(x) \cdot T(x) . \end{aligned} \quad (4.2.1-4)$$

b) Lichtausbreitung

Die Lichtausbreitung um die Strecke z lautet in der linearen Systemtheorie durch Vergleich mit dem Fresnel'schen Beugungsintegral von Gleichung (4.1-6):

$$h(x, x'; z) = \frac{e^{i k z}}{i \lambda z} e^{i \frac{k}{2z} (x - x')^2} . \quad (4.2.1-5)$$

Bemerkenswert dabei ist, daß die Ortskoordinaten x und x' in h nicht explizit, sondern nur als Differenz auftreten. Man spricht dann von ortsinvarianten Systemen, da die Form der Impulsantwort nicht mehr vom Ort des Eingangspulses abhängt. Die Systemgleichung (4.2.1-2) vereinfacht sich dann zur Faltung:

$$v(x) = u(x) * h(x) = \int u(x') h(x - x') dx' . \quad (4.2.1-6)$$

Im Falle der Lichtausbreitung lautet der Faltungskern $h(x)$:

$$h(x; z) = \frac{e^{i k z}}{i \lambda z} e^{i \frac{k}{2z} x^2} . \quad (4.2.1-7)$$

Man kann für die Darstellung der Funktionen u , h und v nicht nur das kanonische punktförmige Basisfunktionsystem mit verschobenen δ -Funktionen wählen, gemäß

$$u(x) = \int u(x') \delta(x - x') dx' \quad (4.2.1-8)$$

sondern auch z.B. die komplexen Exponentialfunktionen verwenden:

$$\begin{aligned} u(x) &= \int \tilde{u}(\nu) e^{-2\pi i \nu x} d\nu = \\ &= \text{Fou}^{-1} [\tilde{u}(\nu)] \end{aligned} \quad (4.2.1-9)$$

Die Funktion $u(x)$ wird also aus der harmonischen Funktion $e^{-2\pi i \nu x}$ mit dem jeweiligen Gewicht $\tilde{u}(\nu)$ aufgebaut. Die Gewichtsfunktion $\tilde{u}(\nu)$ nennt man die Fouriertransformierte oder das Frequenzspektrum von $u(x)$ (hier Ortsfrequenzen). Da die Exponentialfunktionen orthonormal sind, läßt sich das Frequenzspektrum einfach berechnen aus:

$$\begin{aligned}\tilde{u}(\nu) &= \int u(x) e^{+2\pi i \nu x} dx = \\ &= \text{Fou} [u(x)] .\end{aligned}\quad (4.2.1-10)$$

Diese Formulierung stellt einige Anforderungen an die Funktion $u(x)$, welche jedoch bei in der Natur vorkommenden Funktionen erfüllt sind, siehe Bracewell /4-7/.

Die Frequenzdarstellung erlaubt lineare, ortsinvariante Systeme äquivalent zur Faltungsdarstellung von Gl. (4.2.1-6) zu beschreiben mit:

$$\tilde{v}(\nu) = \tilde{u}(\nu) \cdot \tilde{h}(\nu) . \quad (4.2.1-11)$$

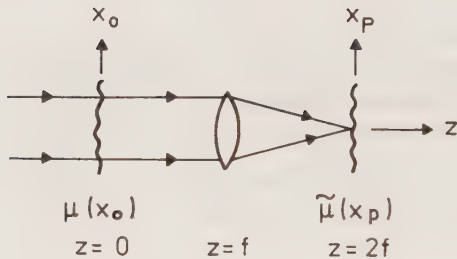
Das Ausgangsspektrum $\tilde{v}$ ergibt sich also durch einfache Multiplikation des Eingangsspektrums $\tilde{u}$ mit der Übertragungsfunktion $\tilde{h}(\nu) = \text{Fou} [h(x)]$, siehe Anhang A1.

Mit Hilfe dieser Vorüberlegungen lassen sich zusammengesetzte optische Systeme leicht durchrechnen. Einige wichtige Beispiele aus der Fourieroptik sollen dies erläutern.

c) Fouriertransformation mit einer Sammellinse

In der hinteren Brennebene einer Sammellinse, siehe Fig. 4.2.1-2, ist die räumliche Lichtverteilung $\tilde{u}_p(x_p)$ proportional zur Fouriertransformierten der Lichtverteilung in der vorderen Brennebene $u_o(x_o)$, mit dem Maßstabfaktor $\nu = \frac{x_p}{\lambda f}$, wobei λ die Lichtwellenlänge und f die Brennweite der Linse bedeuten.

Eine mögliche Herleitung ist die Hintereinanderschaltung der drei linearen Systeme Ausbreitung, Modulation, Ausbreitung, siehe Anhang A1.5. Die Linse wirkt hier als räumlicher Modulator mit der komplexen Transmission $t(x) = e^{-i \frac{\pi}{\lambda f} x^2}$ /4-8/.



Figur 4.2.1-2: Optischer Fouriertransformator.

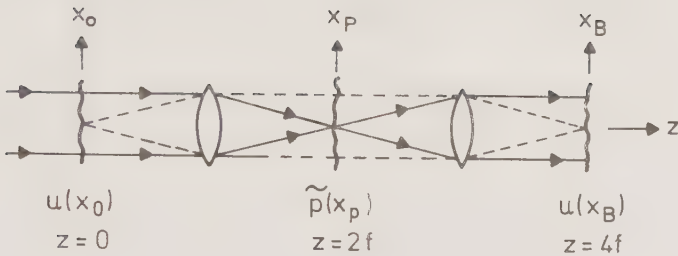
d) Faltung und Korrelation

Schaltet man zwei Fouriertransformationseinheiten hintereinander ($4f$ -System), so lassen sich damit zweidimensionale Faltungen realisieren, siehe Fig. 4.2.1-3. Die Lichtamplitudenverteilung in der Ausgangsebene bei $z = 4f$ ist proportional zur Faltung der Eingangsverteilung bei $z = 0$ mit der Fouriertransformierten der Pupillenfunktion $\tilde{p}(x_p)$ bei $z = 2f$:

$$u_B(x_B) = u_O(x_B) * p(x_B). \quad (4.2.1-12)$$

Die Herleitung erfolgt durch die Anwendung des Faltungstheorems, siehe Anhang A1.2.

Die Korrelation der Funktionen $u(x)$ und $p(x)$ wird erreicht, falls man die komplexkonjugierte Funktion $\tilde{p}^*(x_p)$ in die Fourierebene bei $z = 2f$ einbringt, siehe Anhang A1.3.



Figur 4.2.1-3: Optische Faltung mit 4f-System.

4.2.2. Detektoren

Am Ausgang der meisten optischen Systeme befindet sich ein Detektor, sei es das Auge, fotografischer Film, oder elektrooptische Komponenten. Alle bisher bekannten optischen Detektoren sind jedoch nicht in der Lage, die komplexe Amplitude, also das elektromagnetische Feld direkt zu messen, da die optischen Frequenzen mit ca. $6 \cdot 10^{14}$ Hz zu hoch sind. Die Detektoren reagieren alle nur auf zeitliche Mittelwerte, meist proportional zur Lichtleistung. Die für den Detektor nachweisbare Größe lautet daher:

$$I(x) = \left\langle \left| \int u(x, \omega) R(\omega) e^{-2\pi i \omega t} d\omega \right|^2 \right\rangle. \quad (4.2.2-1)$$

Da von den Detektoren meist die spektrale Empfindlichkeit $R(\omega)$ bekannt ist, wurde eine allgemeine, polychromotische Lichterregung $u(x, t)$ in ihre Spektralanteile zerlegt:

$$u(x, t) = \int u(x, \omega) e^{-2\pi i \omega t} d\omega. \quad (4.2.2-2)$$

Der Erwartungswert $\langle \dots \rangle$ stellt wegen der Ergodizität hier eine zeitliche Mittelung dar:

$$\langle \dots \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \dots dt. \quad (4.2.2-3)$$

In Praxis hängt die Größe ∞ vom Detektor und von der nachfolgenden Signalverarbeitung ab, bei fotografischem Film entspricht T direkt der Belichtungszeit im Bereich von μsec bis Stunden, das Auge besitzt etwa eine zeitliche Auflösung von $1/25 \text{ sec}$, während schnelle Fotodioden bis zu 10^{-9} sec heruntergehen, was immer noch sehr lange gegenüber von $\frac{2\pi}{\omega} \approx 10^{-14} \text{ sec}$ ist.

4.2.3. Lichtquellen und Systemeigenschaften

Die Eigenschaften von optischen Systemen in Zusammenhang mit integrierenden Detektoren hängen oft stark von den Eigenschaften der Lichtquelle ab. Zumeist wird eine beliebig räumlich und spektral strukturierte Quelle zur Beleuchtung eines typischen Verarbeitungssystems herangezogen. Aus dem allgemeinen Ergebnis lassen sich die Systemeigenschaften für spezielle Arten der Beleuchtung dann leicht ableiten. Die Darstellung von diesem und der beiden folgenden Abschnitte lehnt sich an Teile des Kapitels 12 des Buches "Applications of Optical Fourier Transforms" /4-9/ an.

Die Lichterregung $s(t)$ eines Punktes einer polychromatischen Quelle kann durch ihre Spektralkomponenten dargestellt werden /4-10/

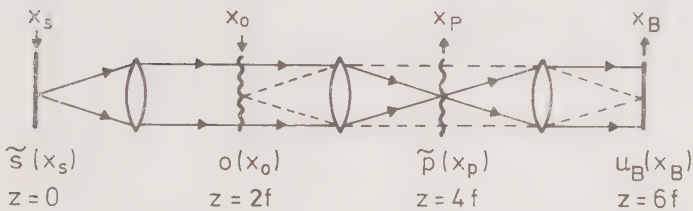
$$\tilde{s}(t) = \int \tilde{s}(\omega) e^{i\phi(\omega)} e^{-2\pi i \omega t} d\omega, \quad (4.2.3-1)$$

wobei $\tilde{s}(\omega)$ die spektrale Amplitude der Zeitfrequenz ω und $\phi(\omega)$ die dazugehörige relative Phase bedeuten. Das Symbol kennzeichnet nur Fouriertransformationen im Ort, nicht in der Zeit.

Die Erregung einer ausgedehnten Quelle lautet dazu analog:

$$\tilde{s}(x, t) = \int \tilde{s}(x,) e^{i \phi(x, \omega)} e^{-2\pi i \omega t} d\omega. \quad (4.2.3-2)$$

Die Zerlegung der Lichtquelle in Spektralanteile ist deshalb sinnvoll, da man das Verhalten von optischen Systemen für monochromatische Wellen gut versteht, siehe Abschnitt 4.2.1., während die Diskussion in der Zeitdomäne Schwierigkeiten bereiten würde. Die Fouriersuperposition von Gl. (4.2.3-2) wird also erst am Ausgang des Systems durchgeführt, nachdem die räumliche Verteilung jeder Spektralkomponente am Ausgang einzeln berechnet wurde. Dieser Schritt ist zulässig, da die Fourierzerlegung der Quelle in Spektralkomponenten und die Ausbreitung durch das System lineare Operationen darstellen. Als typisches System wird ein Korrelator angenommen, mit verkettetem Strahlengang, d.h. die Lichtquelle wird in die Fourierebene abgebildet, siehe Fig. 4.2.3-1. Diese Geometrie erweist sich bei vielen optischen Geräten als vorteilhaft, da die räumliche Struktur der Quelle nicht als Struktur in der Bildebene erscheint.



Figur 4.2.3-1: Optisches 6f-System mit verkettetem Strahlengang.

Die Lichterregung einer Spektralkomponente

$$\widetilde{u}_s(x_s, \omega) = \widetilde{s}(x_s, \omega) e^{i\phi(x_s, \omega)} \quad (4.2.3-3)$$

lautet in der Objektebene kurz vor dem Objekt nach räumlicher Fouriertransformation der Quellenverteilung gemäß Abschnitt 4.2.1.c) und nach Verzicht auf Proportionalitätskonstanten:

$$u_o(x_o, \omega) = \int \widetilde{u}_s(x_s, \omega) e^{-\frac{2\pi i}{\lambda f} x_s x_o} dx_s. \quad (4.2.3-4)$$

Die Lichtverteilung direkt hinter der Objekttransmission $o(x_o, \omega)$ ergibt sich gemäß der Kirchhoff'schen Näherung zu

$$u_o(x_o, \omega) = o(x_o, \omega). \quad (4.2.3-5)$$

Nach Faltung dieser Lichtamplitude mit der Fouriertransformierten der Pupillenfunktion $\widetilde{p}(x_p)$ lautet die Verteilung in der Bildebene gemäß Abschnitt 4.2.1.d):

$$u_B(x_B, \omega) = \int u_o(x_o, \omega) \cdot o(x_o, \omega) \cdot p(x_B - x_o, \omega) dx_o. \quad (4.2.3-6)$$

Befindet sich in dieser Ebene ein Detektor, so kann er nur die Größe $I(x)$ laut Abschnitt 4.2.2. registrieren:

$$I_B(x_B) = \frac{1}{T} \int_0^T \left| \int u_B(x_B, \omega) R(\omega) e^{-2\pi i \omega t} d\omega \right|^2 dt, \quad (4.2.3-7)$$

oder nach Einsetzen von Gl. (4.2.3-5,6) und nach Ausführen des Absolutquadrates:

$$(4.2.3-8)$$

$$I_B(x_B) = \frac{1}{T} \iiint \iiint u_o^*(x_o', \omega') o^*(x_o', \omega') p^*(x_B - x_o', \omega') R(\omega') e^{+2\pi i \omega' t} dx_o' d\omega' dt.$$

Dieses Ergebnis ist sehr allgemein, da keine einschränken-
den Annahmen für die Quellen und Detektoren gemacht werden
mußten, aber es ist auch sehr unhandlich. Im folgenden wer-
den wichtige Spezialfälle abgeleitet.

a) Quasi-monochromatische Lichtquelle

Viele optische Verarbeitungssysteme benutzen quasi-mono-
chromatische Lichtquellen, also Licht, dessen spektrale
Bandbreite sehr viel kleiner als die Mittelfrequenz ist.
Diese Annahme vereinfacht bereits die Gleichung (4.2.3-8)
wesentlich, da die Objekttransmission, die Punktbildfunk-
tion $p(x, \omega)$ und die Detektorempfindlichkeit i. a. nur schwach
von ω abhängen, so daß sich die Integrale über ω nur noch
über die Beleuchtungsverteilung $u_0(x_0, \omega)$ erstrecken:

$$I_B(x_B) = \frac{1}{T} R^2 \iiint \left[\int u_0(x_0, \omega) e^{-2\pi i \omega t} d\omega \right] \quad (4.2.3-9)$$

$$\left[\int u_0^*(x_0', \omega') e^{+2\pi i \omega' t} d\omega' \right]$$

$$o(x_0) p(x_B - x_0) o^*(x_0') p^*(x_B' - x_0') dx_0 dx_0' dt.$$

Die beiden Integrale über ω und ω' stellen die zeitliche
Fouriertransformation der Quelle dar, so daß sich nach deren
Ausführung ergibt:

$$I_B(x_B) = R^2 \iint \Gamma(x_0, x_0') o(x_0) p(x_B - x_0) \quad (4.2.3-10)$$

$$o^*(x_0') p^*(x_B' - x_0') dx_0 dx_0',$$

$$\text{mit } \Gamma(x_0, x_0') = \frac{1}{T} \int_0^T u_0(x_0, t) u_0^*(x_0', t) dt. \quad (4.2.3-11)$$

Die Kohärenzfunktion $\Gamma(x, x_0')$ beschreibt, wie der Name
sagt, die Kohärenzeigenschaften des Lichtes. Ändert sich
die relative Phase zwischen zwei Punkten x_0 und x_0' wild
während der Integrationszeit des Detektors, so geht das
Integral nach Null und man spricht von inkohärenter Be-

leuchtung. Bleibt die relative Phase dagegen konstant, so kann Γ große Werte annehmen, man spricht dann von kohärenter Beleuchtung. In jedem Fall repräsentiert $\Gamma(x_o, x_o)$ die Intensität $I(x_o)$.

Drückt man nun die Zeitfunktion der Beleuchtung $u_o(x_o, t)$ als räumliches Fourierintegral der Quellenfunktion aus und setzt in Gleichung (4.2.3-11) ein, so erhält man:

$$\Gamma(x_o, x_o') = \frac{1}{T} \iiint \tilde{u}_s(x_s, t) \tilde{u}_s^*(x_s', t) e^{-\frac{2\pi i}{\lambda f} (x_s x_o - x_s' x_o')} dx_s dx_s' dt. \quad (4.2.3-12)$$

Viele Lichtquellen strahlen räumlich inkohärent, d.h. die Zeitdauer eines Wellenzuges von ca. 10^{-8} sec bei thermischen Lichtquellen, ist im allgemeinen kürzer als die Integrationsdauer der Detektoren. Da die Emission der einzelnen Wellenzüge spontan, also unkorreliert erfolgt, mittelt sich das Zeitintegral von Gleichung (4.2.3-12) wegen der vielen statistischen Phasensprünge weg:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \tilde{u}_s(x_s, t) \tilde{u}_s^*(x_s', t) dt = \tilde{I}_s(x_s) \delta(x_s - x_s'), \quad (4.2.3-13)$$

mit Quellenintensität $\tilde{I}_s(x_s)$.

Mit diesem Ergebnis lautet die Kohärenzfunktion

$$\Gamma(x_o, x_o') = \int \tilde{I}_s(x_s) e^{-\frac{2\pi i}{\lambda f} (x_o - x_o') x_s} dx_s. \quad (4.2.3-14)$$

Die obige Gleichung, das Van Cittert-Zernike-Theorem /4-11/ besagt also, daß die Kohärenzfunktion in der Objektebene durch die räumliche Fouriertransformation der Intensitätsverteilung der Quelle gegeben ist. Man sieht außerdem, daß die räumliche Struktur der Quelle nicht als Struktur in der Beleuchtungswelle auftritt, da gilt:

$$I_o(x_o) = \Gamma(x_o, x_o) = \int \tilde{I}_s(x_s) dx_s. \quad (4.2.3-15)$$

Bei Verwendung einer Quelle mit beliebiger Intensitätsverteilung besteht im allgemeinen zwischen der Objekttransmission und der Bildintensität gemäß der Systemgleichung (4.2.3-10) kein linearer oder rein quadratischer Zusammenhang, so daß lineare Systemtheorie nicht angewendet werden kann. Zwei Grenzfälle der Beleuchtung bedingen jedoch lineare Systemeigenschaften.

a) Punktllichtquelle

Eine punktförmige Lichtquelle $\widetilde{I}_s(x_o) = \widetilde{I}_{so} \delta(x_s)$ erzeugt räumlich kohärentes Licht:

$$\Gamma(x_o, x_o') = 1 \cdot \widetilde{I}_{so}. \quad (4.2.3-16)$$

Damit ergibt sich die Bildintensität zu:

$$\begin{aligned} I_B(x_B) &= \widetilde{I}_{so} R^2 \iint o(x_o) p(x_B - x_o) o^*(x_o') p^*(x_B - x_o') dx_o dx_o' = \\ &= \widetilde{I}_{so} R^2 \left| o(x_B) * p(x_B) \right|^2. \end{aligned} \quad (4.2.3-17)$$

Das System ist also linear und ortsinvariant in der komplexen Amplitude der Objekttransmission und der Ausgangsverteilung. Die Systemeigenschaften sind also gegeben durch

$$\begin{aligned} h(x) &= p(x) \\ \widetilde{h}(\nu) &= \widetilde{p}(\nu) \quad \text{mit} \quad \nu = \frac{x}{\lambda f}. \end{aligned} \quad (4.2.3-18)$$

Die Übertragungsfunktion ist also identisch mit der Pupillentransmission. Die Betragsquadratbildung in der Ausgangsebene ist in vielen Fällen unkritisch, da sie nur punktweise wirkt. Die Phaseninformation geht im allgemeinen jedoch verloren. Punktförmige Lichtquellen kann man z.B.

durch Abblenden von ausgedehnten Quellen oder durch Laser herstellen. Aus energetischen Gründen sollte man den Laser verwenden, da er in der Lage ist, fast die ganze Lichtenergie in einem Punkt zu konzentrieren, während bei Abblenden von ausgedehnten Lichtquellen die meiste Energie verloren geht.

b) Homogene unendlich ausgedehnte Quelle

Eine homogene, unendlich ausgedehnte Quelle $\tilde{I}_s(x_s) = \tilde{I}_{so}$ erzeugt räumlich inkohärentes Licht:

$$\Gamma(x_o, x_o') = \tilde{I}_{so} \delta(x_o - x_o') \quad (4.2.3-19)$$

Damit ergibt sich die Bildintensität zu:

$$\begin{aligned} I_B(x_B) &= \tilde{I}_{so} R^2 \int |o(x_o)|^2 |p(x_B - x_o)|^2 dx_o = \\ &= \tilde{I}_{so} R^2 |o(x_B)|^2 * |p(x_B)|^2. \end{aligned} \quad (4.2.3-20)$$

Das System ist also linear und ortsinvariant in der Intensitätstransmission $|o(x_B)|^2$ und der Bildintensität.

Die Systemeigenschaften sind dann gegeben durch:

$$h(x) = |p(x)|^2 \quad (4.2.3-21)$$

$$\text{bzw. } \tilde{h}(\nu) = \tilde{p}(\nu) \otimes \tilde{p}(\nu).$$

Die Übertragungsfunktion ist also identisch mit der Autokorrelation der Pupillentransmission. Normiert man die Übertragungsfunktion bei der Ortsfrequenz $\nu = 0$ auf 1, so ist unter dem Namen "Duffieux-Integral" /4-12/ bekannt geworden.

Räumlich inkohärente Beleuchtung kann auf verschiedene Weisen realisiert werden. Durchgerechnet wurde bereits die unendlich ausgedehnte Quelle in der Ebene $z = 0$. Praktisch läßt sich eine unendlich ausgedehnte Quelle nicht realisieren, bei näheren Betrachtungen erkennt man jedoch, daß eine Quellenausdehnung größer oder gleich der Summe aus der Ausdehnung des Objektspektrums und der Pupillenausdehnung genügt. Bei hochauflösenden Mikroskopen kann diese Forderung jedoch nicht mehr vollständig erfüllt werden /4-13/. Inkohärenz erreicht man auch mit einer Punktlichtquelle (Laser) in der Ebene $z = 0$ in Verbindung mit Lichtablenkern, so daß die Pupillenebene in $z = 4 f$ abgescannt wird /4-14/. Der Detektor muß dabei mindestens über einen Abtastzyklus integrieren. An diesem Beispiel sieht man besonders deutlich, daß die Kohärenzeigenschaften des Systems immer von der Quelle und dem Detektor abhängen. In der Objektebene können auch räumlich inkohärente Selbstleuchter oder inkohärent beleuchtete reflektierende Vorlagen verwendet werden, um die Eigenschaften von inkohärenten Systemen zu erhalten. Analog zum inkohärenten Selbstleuchter kann man auch eine Objekttransparenz oder eine reflektierende Vorlage mit einem Lichtpunkt absキャンen; der Detektor muß dabei wieder über mindestens einen Abtastzyklus integrieren. Oft benutzt man auch eine Punktlichtquelle (Laser) in $z = 0$ und eine zeitlich fluktuierende zufällige Phasenstruktur (z.B. bewegte Mattscheibe) in der Objektebene bei $z = 2 f$. Die Untergrenze der Integrationszeit hängt hiervon der Änderungsgeschwindigkeit der Phasenstruktur ab. All die indirekten Methoden, also kohärente Laser mit irgend einer Art der dynamischen Phasenerstörung benutzt man, falls große Monochromasie gefordert wird, andernfalls verliert man durch enge spektrale Filterung von thermischen ausgedehnten Quellen den größten Teil der Lichtenergie.

4.2.4. Diskussion der Systeme

Die beiden Grenzfälle der räumlich kohärenten bzw. inkohärenten Beleuchtung bewirken, daß die komplexe Amplitude bzw. die Intensität linear und ortsinvariant verarbeitet werden. Die daraus folgenden Konsequenzen sollen in der Objekt-, Pupillen- und Ausgangsebene kurz erläutert werden.

Werden transparente Objekte verwendet, so ist man oft nur an der Absorptionsverteilung interessiert, nicht aber an der Phasenverteilung. Die zum Teil zufälligen Phasen, die z.B. fotografischer Film oder elektrooptische Modulatoren erzeugen, können das Spektrum völlig verändern, so daß räumliche Filterungen zu falschen Ergebnissen führen, während die inkohärente Beleuchtung solche Phasenstrukturen im Objekt ignoriert. Sollen jedoch reine Phasenobjekte, wie sie in der Medizin häufiger vorkommen, verarbeitet werden, so muß man kohärentes oder zumindest partiell kohärentes Licht anwenden. Chavel und Lowenthal /4-15/ konnten zeigen, daß der Kontrast in der Bildebene bei Abbildung von granulierten Objekten (z.B. fotografischer Film) mit zunehmender Lichtquellengröße steigt. Die inkohärenten Systeme erhöhen darüber hinaus die Flexibilität in der Eingangsebene, da neben Transparenzen auch diffus reflektierende Objekte oder Selbstleuchter verwendet werden können /4-16, 17/.

Als Übertragungsfunktion wirkt in kohärenten Systemen die Pupillenfunktion selbst, es können also im Prinzip alle komplexen Übertragungsfunktionen realisiert werden. Die Pupillenfunktion muß jedoch im allgemeinen in lateraler und longitudinaler Richtung auf μm genau justiert werden, was besonders dann zu praktischen Schwierigkeiten führt, falls man die Pupillenfunktion häufiger wechseln muß. Bei inkohärenter Beleuchtung wirkt als Übertragungsfunktion die Autokorrelation der Pupillenfunktion. Die Vielfältigkeit der herstellbaren Übertragungsfunktionen ist somit eingeschränkt, im wesentlichen können nur Funktionen mit Tiefpasscharakter implementiert werden, die den Lukosz-Grenzen /4-18/ genügen. Andererseits muß man die Pupillen-

funktion weder in lateraler noch in longitudinaler Richtung justieren, da Verschiebungen nur Phasenfaktoren im Amplitudenpunktbild verursachen, die nach der Betragsquadratbildung unwirksam werden, siehe Anhang A1.4, A1.6. Bringt man die Pupillenfunktion in einen konvergenten oder divergenten Strahlengang ein, so lassen sich mit longitudinalen Verschiebungen Größenanpassungen des Punktbildes an das Objekt in weiten Grenzen durchführen, während im kohärenten Fall die Pupillenfunktion in genau dem richtigen Maßstab hergestellt werden muß. In inkohärenten Systemen und vorhandenem Pupillenrauschen steigt das Signal-zu-Rausch-Verhältnis in der Ausgangsebene mit wachsender Pupillenöffnung, während es in kohärenten Systemen konstant bleibt /4-19, 20/. Auch werden die für die kohärente Beleuchtung typischen ringförmigen Artefakte, die z.B. durch Staub in der Pupille oder auf den Linsen entstehen, vermieden, es verschlechtert sich im inkohärenten Fall dann nur etwas der Kontrast.

Die inkohärente Beleuchtung erlaubt in der Ausgangsebene nur reelle, nicht negative Intensitätspunktbilder als Faltungskerne, während die kohärente Beleuchtung beliebige komplexe Funktionen ermöglicht. Die Einschränkung auf nicht negative Funktionen in der Ausgangsebene verursacht die Lukoszgrenze der Übertragungsfunktion. Man sollte jedoch beachten, daß die Lukoszgrenzen nur eine obere Grenze darstellen, sie sind notwendig, aber nicht hinreichend für den nicht negativen Charakter des Punktbildes.

Aus dieser kurzen Diskussion geht deutlich hervor, daß man in jedem Falle aus theoretischen und praktischen Erwägungen die inkohärente Beleuchtung bevorzugen sollte, falls die eingeschränkte Mannigfaltigkeit der realisierbaren Funktionen ausreicht. Im nächsten Abschnitt werden darüber hinaus noch Verfahren angegeben, das Handicap der nicht negativen Punktbildfunktionen zu lindern. Neben den beiden Grenzfällen der räumlich kohärenten und inkohärenten Beleuchtung, sollte man auch partiellkohärente Systeme nicht vergessen, sie könnten z.B. für die Texturanalyse nützlich

sein. Die Analyse von partielkohärenten Systemen ist durch die Integralgleichung (4.2.3-10) relativ einfach, während die Synthese von gewünschten Operationen im allgemeinen Schwierigkeiten bereitet, da die lineare Systemtheorie nicht anwendbar ist. Schwach modulierte Objekte erlauben es jedoch, eine Übertragungsfunktion näherungsweise zu definieren /4-21/. In neuester Zeit arbeitet man auch an polychromatischen Systemen, um einerseits mehrere Operationen simultan in den verschiedenen Wellenlängenbereichen durchführen zu können (-Multiplexing) /4-22, 23, 24/, oder andererseits für eine Operation mit der erhöhten Redundanz der Informationsübertragung eine höhere Störsicherheit zu gewährleisten /4-25/.

4.2.5. OTF - Synthese

Die OTF-Synthese beschäftigt sich mit der Realisierung von gewünschten Übertragungsfunktionen (engl. Optical Transfer Function). Im kohärenten Fall ergeben sich dabei keine theoretischen Probleme, da die Übertragungsfunktion identisch mit der Pupillenfunktion ist. Die direkte Realisierung von Transmissionen mit beliebiger Absorptions- und Phasenverteilung stößt zur Zeit immer noch auf technische Probleme, man ist jedoch mit der IC-Technologie bereits in der Lage, reine Phasenstrukturen mit mehreren Quantisierungsstufen herzustellen /4-26/. Es ist auch geglückt, mit Hilfe von fotografischem Farbfilm die Absorptions- und Phasenverteilung unabhängig voneinander einzustellen /4-27/. Will man, oder kann man die komplexen Transmissionen nicht direkt durch dielektrische Phasen herstellen, so steht die Fülle der holografischen Methoden zur Verfügung, bei denen die komplexe Funktion meist auf ein räumliches Trägergitter aufmoduliert wird, um mit reellen, nicht negativen Transmissionen auszukommen, siehe Anhang A6.

Die inkohärente Beleuchtung verursacht theoretisch mehr Schwierigkeiten, da man zur Erzielung einer gewünschten Übertragungsfunktion $\tilde{P}(\nu)$ die inverse Operation der Autokorrelation durchführen muß, um zur Pupillenfunktion $\tilde{P}(\nu)$ zu gelangen. Hinzu kommt noch, daß sich nicht alle Funktionen als Autokorrelation darstellen lassen, siehe Lukoszgrenzen, und falls es möglich ist, aber unendlich viele Pupillenfunktionen existieren mit der gewünschten Autokorrelation. Zur Lösung dieses Problems geht man meistens in die Ortsebene zurück, im allgemeinen durch eine numerische Fouriertransformation (siehe Abschnitt 4.3.2.):

$$P(x) = \text{Fou}^{-1} \left[\tilde{P}(\nu) \right]. \quad (4.2.5-1)$$

Aus dem Intensitätspunktbild $P(x)$ erhält man das Amplitudenpunktbild $p(x)$ durch Wurzelziehen:

$$p(x) = \sqrt{P(x)} e^{i \phi(x)}, \quad (4.2.5-2)$$

wobei man eine beliebige Phasenfunktion $\phi(x)$ anbringen darf, da gilt:

$$P(x) = |p(x)|^2. \quad (4.2.5-3)$$

Nach nochmaliger Fouriertransformation des Amplitudenpunktbildes erhält man eine mögliche Pupillenfunktion $\tilde{P}(\nu)$ mit den gewünschten Eigenschaften:

$$\tilde{P}(\nu) = \text{Fou} \left[p(x) \right], \quad (4.2.5-4)$$

da nach Anwendung des Korrelationstheorems und nach Einsetzen von Gl. (4.2.5-4,3,1) gilt:

$$\begin{aligned} \tilde{P}(\nu) \otimes \tilde{P}(\nu) &= \text{Fou} \left[p(x) \right] \otimes \text{Fou} \left[p(x) \right] = \\ &= \text{Fou} \left[|p(x)|^2 \right] = \text{Fou} \left[P(x) \right] = \\ &= \tilde{P}(\nu). \end{aligned} \quad (4.2.5-5)$$

Die so gewonnenen im allgemeinen komplexen Pupillenfunktionen können wieder als Fourierhologramme hergestellt werden, siehe Anhang A6. Die freie Wahl der Phasenfunktion in Gl. (4.2.5-2) ist äquivalent mit der erwähnten Vieldeutigkeit in der Frequenzebene. Oft benutzt man eine Zufallsphasenfunktion, sei es durch eine Mattscheibe im optisch analogen Fall, oder durch einen Zufallsgenerator bei numerischen Rechnungen, um den begrenzten dynamischen Bereich der Trägermedien der Pupillenfunktion sinnvoll ausnützen zu können /4-39/. Es sind auch deterministische Phasenfunktionen untersucht worden, um gewisse Eigenschaften zu erzielen /4-28/.

Die Einschränkung der inkohärenten Systeme auf die Verarbeitung von reellen, nicht negativen Eingangsfunktionen verursacht im allgemeinen wenig Probleme, da man in vielen Fällen nur an der Intensitätsverteilung interessiert ist, besonders dann, wenn das optische System in eine hybride Verarbeitungskette integriert ist, mit von vornherein inkohärent strahlenden elektrooptischen Wandlern. Größere Einschränkungen dagegen verursacht der positive Charakter der realisierbaren Faltungskerne. Oft benötigt man reelle bipolare Punktbilder, z.B. zur Hochpassfilterung, Entfaltung von verschmierten Bildern, Codetranslation-, und auch zur Zeichenerkennung mit NRK-Messungen. Für diesen Bereich der OTF-Synthese wurden bereits viele Verfahren entwickelt, eine Klassifizierung der Methoden wurde mit vielen Literaturhinweisen von A.W. Lohmann und W.T. Rhodes /4-29/ gegeben.

Es sei hier nur eine einfache Möglichkeit kurz skizziert, nämlich ein Zweikanalverfahren ohne Wechselwirkung der Pupillenfunktionen. Die bipolare Punktbildfunktion $P(x)$ wird in ihren Positiv- und Negativanteil aufgespalten /4-14, 30/:

$$P(x) = P^a(x) - P^b(x), \quad (4.2.5-6)$$

mit $P^{a,b}(x) \geq 0$ für alle x .

Aus den nun positiven Punktbildfunktionen $P^{a,b}(x)$ können nun nach den oben beschriebenen Verfahren die zugehörigen Pupillenfunktionen gewonnen werden. Das gewünschte Faltungsergebnis erhält man durch Subtraktion der Faltungen des Objektes $O(x)$ mit dem Positiv- und Negativanteil:

$$I_B(x) = [O(x) * P^a(x)] - [O(x) * P^b(x)] . \quad (4.2.5-7)$$

Die Subtraktion zweier Intensitätsverteilungen kann optisch nicht direkt durchgeführt werden, so daß man meist auf elektrische Komponenten zurückgreift, wobei dann meist Konvergenzprobleme beim synchronen Abscannen der beiden Verteilungen auftreten, oder andererseits ein Bildspeicher nötig ist, falls man die Operationen seriell ausführt. Es wurde auch bereits vorgeschlagen, die beiden Operationen in einem optischen System durch -Multiplexing mit farbigen Filtern und farbempfindlichen Detektoren unterzubringen /4-31, 32/. Im Falle der Zeichenerkennung treten Konvergenzprobleme bedingt auf, da in der Korrelationsebene ein oder nur wenige Punkte benötigt werden, so daß sich das einfache Zweikanalverfahren durchaus sinnvoll anwenden läßt.

Neben dem Zweikanalverfahren ohne Wechselwirkung stehen Zweikanalverfahren mit Wechselwirkung, oder Einkanalverfahren mit räumlicher oder zeitlicher Modulation zur Verfügung /4-29/. Mit derartigen Verfahren lassen sich sogar komplexe Faltungskerne realisieren und auch komplexe Eingangsfunktionen verarbeiten /4-33/.

Hybride Systeme, hier also die Kombination von Optik und Elektronik, erlauben es also, all die Operationen, die ursprünglich der kohärenten Optik vorbehalten waren, auch mit inkohärenter Beleuchtung mit all ihren Vorteilen zu realisieren. Diese optimistische Aussage darf jedoch nicht über die praktischen Probleme von inkohärenten Ein- oder Mehrkanalsystemen hinwegtäuschen, da bei der Demodulation oder der Bildsubtraktion enorme Biasprobleme auftauchen können, die das erhöhte Signal-zu-Rausch-Verhältnis der inkohärenten Systeme wieder schmälern.

4.3. Digitale Grundlagen

In diesem Abschnitt werden nicht Strukturen und Funktionsweisen von digitalen Rechnern dargestellt, sondern nur die Effekte beschrieben, die sich bei deren Verwendung ergeben. Von zentraler Bedeutung ist das Samplingtheorem, denn in digitalen Rechnern können kontinuierliche Funktionen nur mit endlich vielen Zahlenwerten repräsentiert werden. Quantisierungsfehler kann man meist vernachlässigen, da die digitalen Rechner im allgemeinen mit wesentlich höheren Genauigkeiten arbeiten als die optischen Analogmethoden.

4.3.1. Samplingtheorem

Das Sampling- oder Abtasttheorem besagt, daß eine kontinuierliche Funktion mit genügend dicht liegenden Abtastwerten exakt repräsentiert werden kann. Eine theoretisch einfache Form stammt von Whittaker /4-34/ und Shannon /4-35/: sie tasten eine bandbegrenzte Funktion $u(x)$, eine Funktion also, deren Fourierspektrum außerhalb der Bandgrenzen von $\pm \frac{\Delta\nu}{2}$ Null ist, punktförmig mit Abständen $\leq \frac{1}{\Delta\nu}$ ab. Werden die Abtastschritte äquidistant gelegt mit $\delta x = \frac{1}{\Delta\nu}$, so läßt sich die kontinuierliche Funktion aus den Abtastwerten durch Interpolation mit sinc-Funktionen exakt rekonstruieren:

$$u(x) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} u(i\delta x) \operatorname{sinc} \left(\frac{x - i\delta x}{\delta x} \right), \quad (4.3.1-1)$$

mit $\operatorname{sinc}(z) = \frac{\sin \pi z}{\pi z}$.

Die Herleitung von Gleichung (4.3.1-1) kann mit Hilfe von Kammfunktionen erfolgen. Aus dem kontinuierlichen $u(x)$ wird die gesampelte Version $u_g(x)$ abgeleitet, die aus unendlich vielen δ -Funktionen im Abstand δx besteht mit dem jeweiligen Gewicht $u(x)$:

$$u_s(x) = u(x) \cdot \text{comb} \left(\frac{x}{\delta x} \right), \quad (4.3.1-2)$$

$$\text{mit } \text{comb} \left(\frac{x}{\delta x} \right) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} (x - i\delta x)$$

Das zugehörige Fourierspektrum lautet nach dem Faltungstheorem:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_s(\nu) &= \text{Fou} [u(x)] * \text{Fou} \left[\text{comb} \left(\frac{x}{\delta x} \right) \right] = \\ &= \tilde{u}(\nu) * \delta x \text{ comb} (\nu \delta x). \end{aligned} \quad (4.3.1-3)$$

Die Abtastung in der Ortsdomäne bewirkt also eine periodische Wiederholung des Spektrums, siehe dazu Fig. 4.3.1-1a,b. Ist die Bandbreite $\Delta\nu$ von $u(x)$ kleiner als der Wiederholungsabstand $\frac{1}{\delta x}$, so treten keine Überlappungen auf, und das Originalspektrum $\tilde{u}(\nu)$ kann aus dem wiederholten Spektrum exakt durch Multiplikation mit einer Rechteckfunktion der Breite $\frac{1}{\delta x}$ wiedergewonnen werden, siehe Fig. 4.3.1-1c:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(\nu) &= \tilde{u}_s(\nu) \cdot \text{rect} (\nu \delta x) = \\ &= \left[\tilde{u}(\nu) * \delta x \text{ comb} (\nu \delta x) \right] \cdot \text{rect} (\nu \delta x), \end{aligned} \quad (4.3.1-4)$$

$$\text{falls } \Delta\nu \leq \frac{1}{\delta x},$$

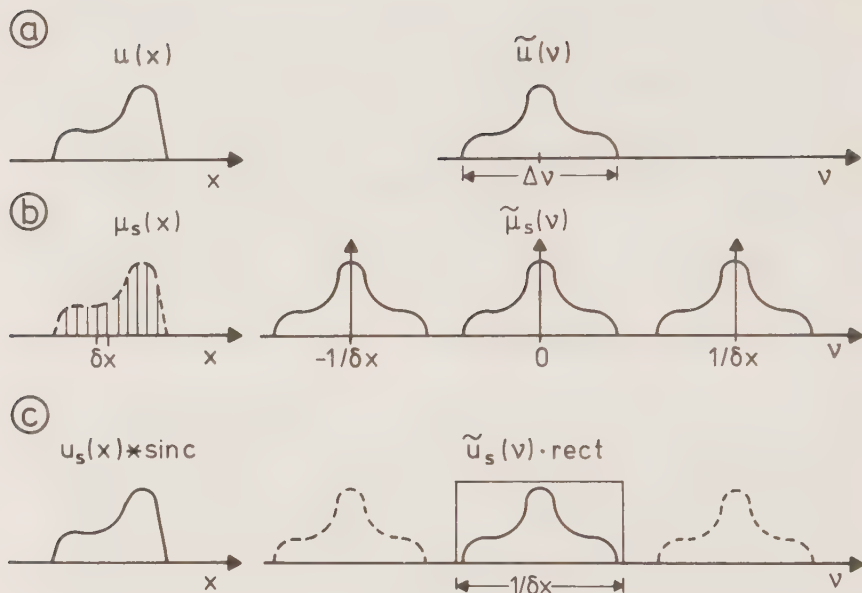
$$\text{mit } \text{rect} (z) = \begin{cases} 1 & \text{falls } |z| \leq 1/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Der dazu äquivalente Schritt in der Ortsdarstellung ist die Faltung von $u_s(x)$ mit der Fouriertransformation der rect-Funktionen, also mit der sinc-Funktion, so daß das Samplingtheorem äquivalent zu Gl. (4.3.1-1) lautet:

$$u(x) = u_s(x) * \text{sinc} \left(\frac{x}{\delta x} \right) = \quad (4.3.1-5)$$

$$= \left[u(x) \cdot \text{comb} \left(\frac{x}{\delta x} \right) \right] * \text{sinc} \left(\frac{x}{\delta x} \right),$$

$$\text{falls } \delta x \leq \frac{1}{\Delta\nu}.$$



Figur 4.3.1-1: Veranschaulichung des Samplingtheorems, Erklärung im Text.

Die Abtastwerte $u_1 = u(i\delta x)$ der Funktion $u(x)$ können als Komponenten eines Vektors $\underline{u} = (u_1, u_2, \dots)$ in einem hochdimensionalen Vektorraum angesehen werden. Welche Darstellung von diskreten Funktionen, also mit Hilfe von Kammfunktionen, als Summen, oder als Vektoren sinnvoll ist, hängt vom jeweiligen Problem ab; Beispiele werden in den folgenden Abschnitten gegeben.

Das Samplingtheorem von Whittaker und Shannon ist zwar mathematisch relativ einfach, führt jedoch in der Praxis zu einigen Schwierigkeiten. Liegt eine Funktion $u(x)$ physikalisch vor, so ist es nicht möglich, sie mit δ -Funktionen

abzutasten, sondern es wird immer über einen gewissen Raumbereich integriert. Die Meßwerte lauten also:

$$\hat{u}_i = \hat{u}(\delta x) = (u(x) * h(x))(\delta x), \quad (4.3.1-6)$$

wobei $h(x)$ die Empfindlichkeitsfunktion des Meßsystems angibt. Bei geeigneter Wahl von $h(x)$, oft verwendet man näherungsweise Rechteck- oder Gaußfunktionen, können die Samplingpunkte $u_i = u(\delta x)$ durch Entfaltung rekonstruiert werden.

Oft ist eine bandbegrenzte Funktion $u(x)$ mit hochfrequentem Rauschen $n(x)$ überlagert. Tastet man nun $u(x) + n(x)$ in Schritten ab, die dem Samplingtheorem bezüglich $u(x)$ genügen, so führt das zu größeren Störungen, als es zu erwarten wäre. Man müßte immer zuerst Tiefpassfiltern und dann abtasten. In der Praxis ist dies jedoch nicht exakt möglich, da z.B. bei elektronischen Signalen eine Tiefpassfilterung mit scharfen Bandkanten unmöglich ist. Übersetzt in die Orts- oder Zeitdomäne bedeutet obiges Rezept, daß die Empfindlichkeitsfunktion des Empfängers $h(x)$ sinc-förmig sein müßte, was in Praxis ebenfalls nicht geht, da die sinc-Funktionen unendlich ausgedehnt sind und negative Anteile besitzen.

Auch die Rekonstruktion der kontinuierlichen Funktion aus den Abtastwerten bereitet in Praxis wegen der Interpolation mit sinc-Funktionen Schwierigkeiten, siehe Gl. (4.3.1-5). Oft verwendet man auch hier Rechtecks-, Dreiecks- oder Gaußfunktionen. Ist das Samplingtheorem nicht exakt erfüllt, so führen die Überlappungen der Spektren (engl. aliasing) zu zusätzlichen niederfrequenten Anteilen, z.B. zu störenden Moiréstrukturen, die zum Teil im Fernsehen zu beobachten sind.

Da Funktionen nicht gleichzeitig orts- und bandbegrenzt sein können, führt eine Repräsentation einer Funktion mit endlich vielen Abtastwerten zwangsläufig zu Fehlern, die jedoch um so kleiner sind, desto mehr Samplingpunkte verwendet werden. In Praxis muß der dadurch bedingte Fehler

mit den gewünschten Genauigkeitsanforderungen abgeschätzt werden, so daß sich aus gegebenen Fehlertoleranzen immer eine obere Grenze für die Anzahl der Samplingpunkte ableiten läßt /4-36/. Die Auswirkungen der Verletzung des Samplingtheorems auf die Zeichenerkennung werden in Abschnitt 5.3.2. noch eingehender diskutiert.

4.3.2. Diskrete Fouriertransformation

Soll eine kontinuierliche, näherungsweise auf Δx ortsbegrenzte und auf $\Delta \nu$ bandbegrenzte Funktion $u(x)$ digital fouriertransformiert werden, so muß man sie zuerst mit mindestens

$$M_x = \Delta x / \delta x = \Delta x \Delta \nu \quad (4.3.2-1)$$

Abtastwerten numerisch repräsentieren. Wie bereits erwähnt, verursacht die Abtastung in der Ortsebene eine periodische Wiederholung des Spektrums. In der Frequenzebene können aber auch nur endlich viele Stützstellen mit Abstand $\delta \nu$ innerhalb einer Periode berechnet werden, so daß diese Samplingstruktur analog zu einer periodischen Wiederholung der Ortsfunktion im Abstand $1/\delta \nu$ führt. Will man in der Frequenzebene die äquivalente Information der Ortsfunktion erhalten, so muß man $1/\delta \nu \geq \Delta x$ wählen, damit sich die Ortsfunktionen nicht überlappen. Die untere Grenze der Anzahl der Samplingpunkte in der Frequenzebene ist also gegeben durch

$$M_\nu = \Delta \nu / \delta \nu = \Delta \nu \Delta x \doteq M_x = M. \quad (4.3.2-2)$$

Dieses Ergebnis ist sinnvoll, da die Anzahl der Samplingpunkte $M = \Delta x \Delta \nu$ ein Maß für das Ortsbandbreiteprodukt darstellt, das unabhängig von der speziellen Darstellung sein muß. Die zugehörigen kontinuierlichen Funktionen sind dann

näherungsweise mit je einer Periode der unendlich ausgedehnten periodischen, gesampelten Funktionen identisch, nachdem diese mit sinc-Funktionen interpoliert worden sind.

Sind u_n und $\tilde{u}_m$ die Abtastwerte je einer Periode in der Orts- und in der Frequenzebene, so verknüpft sie die diskrete Fouriertransformation (DFT) mit:

$$u_m = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{n=-M/2}^{+M/2-1} u_n \exp \left[-2\pi i \frac{nm}{M} \right], \quad (4.3.2-3)$$

$$\text{bzw. } u_n = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{m=-M/2}^{+M/2-1} u_m \exp \left[+2\pi i \frac{nm}{M} \right],$$

für $m, n = -M/2 \dots +M/2 - 1$.

Eine mögliche Herleitung ist in Anhang A3 gegeben.

Faßt man die Abtastpunkte als Komponenten eines M dimensionalen Spaltenvektors auf mit

$$\underline{u}^T = (u_1, u_2, \dots, u_M) \quad \text{und mit}$$

$$\tilde{\underline{u}}^T = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_M),$$

wobei T transponiert bedeutet, dann läßt sich die DFT als Matrixoperation formulieren:

$$\tilde{\underline{u}} = \underline{F} \cdot \underline{u} \quad (4.3.2-4)$$

mit den Matrixelementen

$$F_{nm} = \frac{(-1)^{n+m}}{\sqrt{M}} \exp \left[-2\pi i \frac{(n-1)(m-1)}{M} \right]$$

$$\text{und } \underline{u} = \underline{F}^{-1} \cdot \tilde{\underline{u}}$$

$$\text{mit } \underline{F}^{-1} = \underline{F}^*.$$

Aus der speziellen Gestalt der Transformationsmatrix $\underline{F}$ ziehen die schnellen Algorithmen von Cooley und Tukey /4-37/ Vorteile, so daß die Zahl der nötigen Multiplikationen und Additionen zur Berechnung von M Komponenten von M^2 auf $M^2 \log M$ reduziert werden können, falls M eine Zweierpotenz ist (Fast Fourier Transform = FFT).

4.3.3. Diskrete Korrelation

Die Korrelation zweier kontinuierlicher Funktionen $u(x)$ und $v(x)$ lautet:

$$w(x) = u(x) \otimes v(x) = \int u(x') v^*(x' - x) dx'. \quad (4.3.3-1)$$

Zur numerischen Berechnung des obigen Integrals wird angenommen, daß beide Funktionen $u(x)$ und $v(x)$ eine Bandbreite kleiner oder gleich $\Delta\nu$ besitzen. Die Bandbreite der Korrelationsfunktion $w(x)$ ist dann ebenfalls kleiner oder gleich $\Delta\nu$, das sieht man am besten in der Frequenzdomäne, da eine punktweise Multiplikation der beiden Spektren nicht ihre Ausdehnung vergrößern kann. Der Einfachheit halber wird für alle drei Funktionen dieselbe Samplingstruktur mit einer Schrittweite $\delta x \leq \frac{1}{\Delta\nu}$ angenommen, so daß im Integrand von Gl. (4.3.3-1) gerade immer die Abtastwerte von $u(x)$ und $v(x)$ aufeinander treffen. Unter diesen Voraussetzungen laufen die Abtastwerte w_n von $w(x)$.

$$w_n = \sum_m u_m v_{m-n}^*, \quad (4.3.3-2)$$

falls u_m und v_m die Abtastwerte von $u(x)$ und $v(x)$ darstellen. Dieses Ergebnis stützt sich auf die Orthogonalitätsrelation der sinc-Funktion, siehe Anhang A.4.

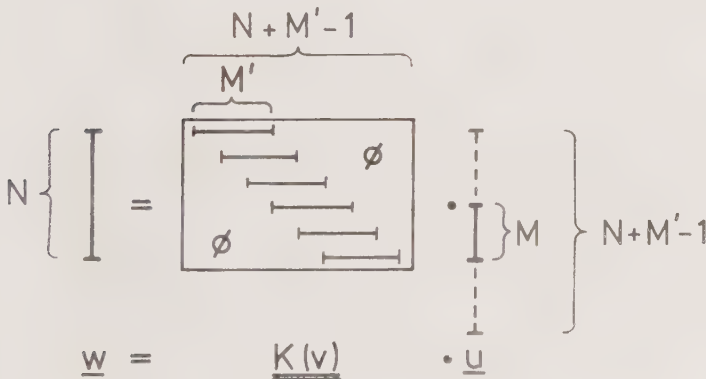
Die Summengleichung (4.3.3-2) ist äquivalent zur Matrixformulierung:

$$\underline{w} = \underline{K(v)} \cdot \underline{u}, \quad (4.3.3-3)$$

mit $\underline{w}^T = (w_1, w_2, \dots, w_N)$, $\underline{u}^T = (u_1, u_2, \dots, u_M)$,

und $K(v)_{nm} = v_{m-n}^*$.

Die bei der diskreten Korrelation auftretenden Probleme sieht man am besten an der Matrixschreibweise: Besitzen die Funktionen $u(x)$ und $v(x)$ eine Ortsausdehnung von $M\delta x$ und $N\delta x$, so ist die maximale Ausdehnung der Korrelationsfunktion durch die Summe der Ausdehnungen gegeben: $(N + M - 1)\delta x$. Die Korrelationsmatrix $\underline{K(v)}$ muß also von der Dimension $N \times N + M - 1$ sein. Der ursprünglich M dimensionale Vektor $\underline{u}$ muß daher durch Anfügen von Nullen auf $N + M - 1$ Komponenten aufgefüllt werden, siehe Fig. 4.3.3-1.



Figur 4.3.3-1: Matrixdarstellung der diskreten Korrelation.

numerisch ausgeführt, so muß man dabei einige Punkte beachten.

Falls die Ortsfunktionen ungleiche Ausdehnungen besitzen, sollte man sie durch Anfügen von Nullen auf die gleiche Anzahl von Samplingpunkten bringen, damit die DFT zum selben Samplingabstand in den Spektren führt, um sie dann problemlos multiplizieren zu können. Weiterhin muß beachtet werden, daß die Ausdehnung der Korrelationsfunktion meist die Summe der Einzelausdehnung annimmt. Diesen Ortsbedarf muß man durch zusätzliches Anfügen von Nullen bereits in den Originalfunktionen vor deren Fouriertransformationen bereitstellen, ansonsten wird eine zyklische Korrelation implementiert. Die selbe Problematik entsteht in der Frequenzdomäne bei der punktweisen Multiplikation zweier Funktionen, die im allgemeinen die Bandbreite erhöht, analog zur Vergrößerung der Ortsausdehnung. Nützen also zwei Funktionen das Samplingtheorem über die Hälfte aus, so müssen vor deren Multiplikation erst Zwischenwerte interpoliert werden. Die exakte Interpolation, nämlich mit den unhandlichen sinc-Funktionen, wird aber gerade durch das Anfügen von Nullen in der Ortsebene vor der Transformation erreicht.

Welchen Weg man in Praxis sinnvollerweise zur Berechnung einer Korrelationsfunktion wählen sollte, hängt von den jeweiligen Dimensionen und von den Hard- und Softwaregegebenheiten des verwendeten Rechners ab. Die Korrelation in der Ortsebene erweist sich meist als ökonomisch, wenn die beiden Funktionen stark unterschiedliche Ausdehnungen besitzen, oder wenn nur ein kleiner Ausschnitt aus der Korrelationsebene von Interesse ist. Andererseits existieren für die Fouriertransformation schnelle Algorithmen, die zunehmend von schneller Spezialhardware unterstützt werden.

4.3.4. Zusammenfassende Bemerkungen

Die Probleme, die das Samplingtheorem in der digitalen Bildverarbeitung verursacht, wurden keineswegs vollständig dargestellt. An den wenigen Beispielen der digitalen Verarbeitungsmöglichkeiten sollten exemplarisch die typischen digitalen Probleme dargestellt werden. Besonderer Wert wurde auf die verschiedenen Darstellungsformen der diskreten Funktionen gelegt. Die Darstellung als kontinuierliche Funktion mit Hilfe der Kammfunktion, als Summe von Abtastwerten oder als Vektor, sollte man dem jeweiligen Problem anpassen. Die Summenschreibweise eignet sich meist für die Erstellung von Rechenprogrammen am besten, während für theoretische Betrachtungen oft die kontinuierliche oder die Vektordarstellung günstiger ist, da man dann Sätze aus der Funktionentheorie oder der linearen Algebra verwenden kann. Für ein tieferes Kennenlernen der digitalen Bildverarbeitung sei z.B. das Buch von Pratt /4-38/ empfohlen.

5. Konzept der nicht redundanten Korrelation

Die in Kapitel 4. dargestellten Grundlagen optischer und digitaler Verarbeitung erlauben das Ziel der Arbeit, nämlich die Mustererkennung mit nicht redundanten Korrelationsmessungen exakt zu formulieren und zu lösen. Harte Randbedingung ist dabei die Merkmalgewinnung durch Korrelation. Sie stellt ein brauchbares Verarbeitungsverfahren dar und sie läßt sich mit optischen Analogmethoden realisieren, so daß man die großen Datenmengen von zweidimensionalen Bildern parallel mit hoher Geschwindigkeit verarbeiten kann.

5.1. Grundproblem

Zur einfacheren Darstellung erscheint es sinnvoll, am Anfang einige einschränkende Voraussetzungen anzunehmen, die später zum Teil wieder fallen gelassen werden können.

Gegeben sei ein Datensatz von N wohldefinierten Zeichen $O_n(x)$ ($n = 1 \dots N$), die an Hand von Korrelationsmessungen mit Referenzzeichen $F_k(x)$ ($k = 1 \dots K$) identifiziert werden sollen. Die Theorie ist vorläufig nicht an die Optik gebunden, man kann sich jedoch zur Veranschaulichung unter O und F jeweils eine Lichtamplituden- oder Intensitätsverteilung bzw. Transmissionen vorstellen. Aus Übersichtlichkeitsgründen wird das Problem an eindimensionalen Funktionen abgehandelt, da der Übergang zum zweidimensionalen jederzeit problemlos erfolgen kann. Die eindimensionale Korrelationsfunktion lautet:

$$I_{nk}(x) = (O_n(x) \bullet F_k(x)) (x). \quad (5.1-1)$$

Zur Identifikation soll jeweils nur ein Punkt in der Korrelationsebene beitragen, ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird $x = 0$ gewählt. Die Forderung eines physikalisch nicht realisierbaren Punktdetektors wird in Abschnitt 5.3.2. wieder fallen gelassen, während in Abschnitt 5.2.6. mehrere Punkte in der Korrelationsebene zur Identifizierung herangezogen werden. Um hohen Datendurchsatz zu gewährleisten, sollte man die Zahl der Korrelationsmessungen auf ein Minimum beschränken, so daß sie in Praxis parallel durchgeführt werden können. Das Minimum ist erreicht, falls keine Redundanz in den Korrelationsgrößen mehr vorhanden ist.

Diese Forderung stellten bereits A.W. Lohmann und B. Braunecker /5-1/ im Jahre 1974 auf, wobei sie binäre Merkmalsvektoren zur Repräsentation der Zeichen vorschlugen. Ein K -stelliges Binärcode erlaubt es, $N = 2^K$ Zeichen zu repräsentieren.

Es sollte also gelten:

$$I_{nk}(0) = B_{nk} \quad (n = 1 \dots N = 2^K) \quad (5.1-2)$$

$$(k = 1 \dots K),$$

mit $B_{nk} = \{0, 1\}$.

Tabelle (5.1-1) veranschaulicht dieses Konzept an Hand eines Alphabetes mit $N = 32$ Zeichen.

Zeichen		Code				
		B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	B_{n4}	B_{n5}
O_1	A	0	0	0	0	0
O_2	B	0	0	0	0	1
O_3	C	0	0	0	1	0
.						
.						
O_{32}	Z	1	1	1	1	1

Tabelle 5.1-1: Binäre Codierung eines Alphabetes.

In den Abschnitten 7.4. und 7.6. werden Modifikationen der Codierung diskutiert.

Erstes Ziel ist es nun, Referenzzeichen zu bestimmen, welche die Bedingungsgleichung (5.1-2) erfüllen. Im zweiten Schritt werden Störeinflüsse untersucht (Kapitel 6.) und die Referenzzeichen modifiziert, um bei gegebener Störung das System zu stabilisieren (Kapitel 7.).

Um die Referenzzeichen herstellen zu können, erscheint es vorteilhaft, den Objektdatensatz zu digitalisieren und die Referenzzeichen digital zu berechnen. Auf ein im Prinzip mögliches, aber in Praxis schlecht durchführbares Verfahren ohne Digitalisierung, wird in Abschnitt 5.2. hingewiesen.

Mit der Annahme der Orts- und Bandbegrenztheit Δx und $\Delta \nu$ der Objektfunktionen $O_n(x)$, lassen diese sich durch endlich viele Abtastwerte darstellen:

$$O_{mn} = O_n(m \delta x) \quad (m = 1 \dots M), \quad (5.1-3)$$

$$\text{mit } \delta x = \frac{1}{\Delta \nu} \quad \text{und} \quad M = \Delta x \Delta \nu.$$

Unter Verwendung der diskreten Korrelation (Abschnitt 4.3.3.) schreibt sich die Bedingungsgleichung (5.1-2):

$$\sum_{m=1}^M O_{mn} F_{mk}^* = B_{nk} \quad (n = 1 \dots N) \quad (5.1-4)$$

$$(k = 1 \dots K).$$

Für die Referenzzeichen sei dabei die gleiche Samplingstruktur angenommen:

$$F_{mk} = F_k(m \delta x) \quad (m = 1 \dots M). \quad (5.1-5)$$

Betrachtet man die Abtastwerte O_{mn} und F_{mk} als Komponenten von M-dimensionalen Spaltenvektoren $\underline{O}_n$ und $\underline{F}_k$, so läßt sich der Korrelationskoeffizient $I_{nk}(0)$ als Skalarprodukt der beiden Vektoren darstellen:

$$\underline{O}_n^T \cdot \underline{F}_k^* = I_{nk}(0) = B_{nk}. \quad (5.1-6)$$

Die Korrelationsmatrix von Abschnitt 4.3.3. wurde hier auf eine Zeile reduziert, da nur ein Korrelationskoeffizient berechnet werden soll. Da auch noch $x = 0$ gewählt wurde, ist diese Zeile identisch mit dem transponierten Objektvektor $\underline{O}_n^T$.

Faßt man nun die N Objektvektoren zu einer $M \times N$ Objektmatrix $\underline{O} = \{\underline{O}_1, \underline{O}_2, \dots, \underline{O}_N\}$ zusammen, so lautet die Bedingungsgleichung (5.1-2) in kompakter Form:

$$\underline{O}^+ \cdot \underline{F}_k = \underline{B}_k^*, \quad (5.1-7)$$

mit $^+$ hermitisch konjugiert und

$$\text{mit } \underline{B}_k = \begin{pmatrix} B_{1k} \\ B_{2k} \\ \vdots \\ B_{nk} \end{pmatrix}$$

Gesucht sind nun also die Lösungsvektoren $\underline{F}_k$ des linearen Gleichungssystems (5.1-7).

Es sei angemerkt, daß die eindimensionale Vektor- und Matrixschreibweise auch zweidimensionale Korrelationen repräsentieren. Der Korrelationskoeffizient $I(0,0)$ der Funktionen $O(x, y)$ und $F(x, y)$ lautet im diskreten Fall analog zu Gl. (4.3.3-2):

$$I_{00} = \sum_{m_x} \sum_{m_y} O_{m_y m_x} F_{m_y m_x}^* \quad (5.1-8)$$

Da die Reihenfolge der Summation willkürlich ist, kann man die Samplingpunkte des zweidimensionalen Arrays in beliebiger Reihenfolge mit einem Index durchnummerieren, und damit die Doppelsumme auf eine Einfachsumme zurückführen. Oft werden die Zeilen oder die Spalten des Array hintereinander gehängt, wie es auch der Speicherplatzbelegung von zweidimensionalen Feldern in Digitalrechnern entspricht, Anwendung des Stacking Operators /5-2/. Im Falle des Spaltenstackings wird z.B. das zweidimensionale Array $O_{m_y m_x}$ ($m_y = 1 \dots M_y$, $m_x = 1 \dots M_x$) in den Vektor $\underline{O}$ mit den Komponenten O_m mit $m = m_x M_y + m_y$ ($M = 1 \dots M = M_y M_x$) übergeführt.

5.2. Algorithmen zur Referenzzeichenberechnung

In diesem Abschnitt werden die Lösbarkeitsbedingung des Gleichungssystems (5.1-7) diskutiert und mehrere Lösungsverfahren vorgestellt.

5.2.1. Lösbarkeitsbedingung

Das Gleichungssystem (5.1-7) ist exakt lösbar, falls der Rang der Objektmatrix $\underline{O}$ gleich N ist, d.h. die N Objektvektoren müssen linear unabhängig sein. Diese Bedingung ist nach Kowalski /5-3/ notwendig und hinreichend. Die Objekte sind linear unabhängig, falls gilt:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \underline{O}_n = \underline{\phi} \quad \alpha_n = \phi \text{ für alle } n. \quad (5.2.1-1)$$

Ein einfaches Beispiel soll lineare Abhängigkeit demonstrieren an Hand von 4 binären Blockbuchstaben:

$$\boxed{\text{F}} + \boxed{\text{L}} = \boxed{\text{E}} + \boxed{\text{I}} \quad (5.2.1-2)$$

Wird jedoch das Zeichen "I" in der symbolischen Gleichung (5.2.1-2) zentriert, so ist die lineare Unabhängigkeit wieder gewährleistet.

Eine notwendige, aber nicht hinreichende Voraussetzung für die lineare Unabhängigkeit der Objektmatrix ist erfüllt, falls $M \geq N$ gilt. Ob ein Datensatz tatsächlich keine lineare Abhängigkeiten besitzt, muß am konkreten Beispiel getestet werden. Die lineare Unabhängigkeit wird um so besser erfüllt sein, je höher strukturiert die Zeichen sind. Bei Schreibmaschinenschrift sind wenige Probleme zu erwarten, während z.B. die 96 Zeichen des ASCII Vorrates, die von einem Nadel-drucker in einem 7 x 5 Raster hergestellt werden, von vornherein lineare Abhängigkeiten besitzen. Ein Lösungsansatz hierfür wird in Abschnitt 5.2.7. angegeben. Im folgenden sei

jedoch stets die notwendige Bedingung $M \geq N$ und die noch stärkere Forderung der linearen Unabhängigkeit vorausgesetzt.

Im ersten Ansatz von A.W. Lohmann et al. /5-1/ zur Zeichenerkennung mit nicht redundanten Korrelationsmessungen wurde zusätzlich vorausgesetzt, daß $M = N$ gilt. Die Objektmatrix wird dann quadratisch, und kann, falls sie vollen Rang besitzt, eindeutig invertiert werden. Die Referenzzeichen lauten dann:

$$\underline{F}_k = \underline{O}^{+ -1} \cdot \underline{B}_k^* \quad (5.2.1-3)$$

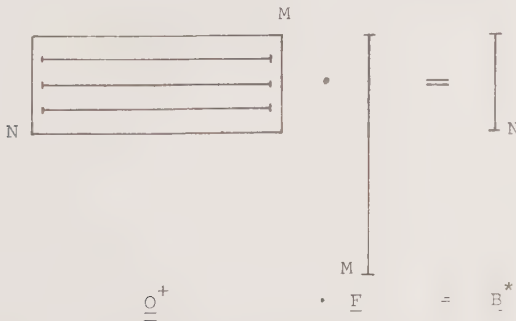
Die obige Zusatzforderung erweist sich jedoch als nicht notwendig, im Gegenteil, falls $M > N$ gilt, können daraus Vorteile für die Systemoptimierung gezogen werden.

Da die meisten der nun folgenden Überlegungen unabhängig vom aktuellen k-Index sind, wird er aus Übersichtlichkeitsgründen weggelassen, selbstverständlich mit Ausnahme von Situationen, wo das Zusammenwirken aller Referenzzeichen wichtig ist.

Die Bedingungsgleichung (5.1-7) lautet dann:

$$\underline{O}^+ \cdot \underline{F} = \underline{B}^* \quad (5.2.1-4)$$

Figur 5.2.1-1 veranschaulicht ihre Struktur, wobei jeder Strich innerhalb der Objektmatrix ein Zeichen repräsentiert.



Figur 5.2.1-1: Struktur der Bedingungsgleichung für die Referenzzeichen $\underline{F}$.

Die Lösungsmannigfaltigkeit für $\underline{F}$ ist durch eine spezielle Lösung $\underline{F}'$ gegeben und durch beliebige Linearkombination $\underline{F}''$ aus dem Unterraum der Lösungen des zugehörigen homogenen Gleichungssystems:

$$\underline{F} = \underline{F}' + \underline{F}'', \quad (5.2.1-5)$$

mit $\underline{O}^+ \cdot \underline{F}' = \underline{B}^*,$

und $\underline{O}^+ \cdot \underline{F}'' = \underline{\phi}.$

Falls $M \geq N$ gilt, existieren $R = M - N$ linear unabhängige Lösungsvektoren $\underline{G}_r$ ($r = 1 \dots R$) des zugehörigen homogenen Systems mit

$$\underline{O}^+ \cdot \underline{G}_r = \underline{\phi} \quad (r = 1 \dots R) \quad (5.2.1-6)$$

Die allgemeine Lösung des homogenen Gleichungssystems läßt sich dann mit diesen Vektoren aufbauen:

$$\underline{F}'' = \sum_{r=1}^R g_r \underline{G}_r. \quad (5.2.1-7)$$

Die Wahl der Koeffizienten g_r ist für den Fall von wohl definierten Objekten beliebig, während sie für verrauschte Eingangszeichen an Bedeutung gewinnen, siehe Abschnitt 7.3.

Für die spezielle Lösung wählt man dann:

$$F'_m = \begin{cases} \hat{B}_m^* & \text{für } m = 1 \dots N \\ \phi & \text{für } m = N + 1 \dots M \end{cases} \quad (5.2.2-2)$$

Die $R = M - N$ Lösungen des homogenen Gleichungssystems ergeben sich durch:

$$G_{mr} = \begin{cases} 1 & \text{für } m = N + r \\ \phi & \text{für } m = N + 1 \dots M \text{ mit Ausnahme von } N + r \\ -O_{m, N+r}^+ & \text{für } m = 1 \dots N \end{cases}$$

Diese Form der Lösungen erfüllen die Gleichungen (5.2.1-5 - 5.2.1-7), wie man leicht nachprüfen kann. Die Vektoren $\underline{G}_r$ sind wegen des Konstruktionsprinzips linear unabhängig, so daß sie eine Basis des R -dimensionalen Unterraums bilden, in dem $\underline{F}''$ liegt.

5.2.3. Lösung mit generalisierten Inversen

Generalisierte Inverse /5-5/ erlauben lineare Gleichungssysteme zu lösen, die durch einfache Matrixinversion nicht zu behandeln sind, also Systeme, die unter- oder überbestimmt sind, oder nicht den vollen Rang besitzen.

Die generalisierte Inverse $\underline{Q}^\#$ einer Matrix $\underline{Q}$ muß vier Bedingungsgleichungen erfüllen, siehe Anhang A.5. Im Falle eines unterbestimmten Gleichungssystems, wie es hier vorliegt ($M > N$), und mit der Annahme des vollen Rangs ($\text{Rg } \{ \underline{Q} \} = N$), lautet die generalisierte Inverse mit den Dimensionen $M \times N$:

$$\underline{Q}^\# = \underline{Q} \cdot (\underline{Q}^+ \cdot \underline{Q})^{-1}. \quad (5.2.3-1)$$

Es sei angemerkt, daß die quadratische $N \times N$ Matrix $\underline{Q}^+ \cdot \underline{Q}$ eindeutig invertierbar ist, denn mit $M > N$ und $\text{Rg } \{ \underline{Q} \} = N$ folgt $\text{Rg } \{ \underline{Q}^+ \cdot \underline{Q} \} = N$, nach Anwendung des Dimension-Rang-Satzes /5-6/. Diese Matrix beinhaltet die Kreuzkorrelationen jedes Objektes mit jedem.

Die spezielle Lösung $\underline{F}'$ lautet mit der generalisierten Inversen:

$$\underline{F}' = \underline{Q}^\# \cdot \underline{B}^*. \quad (5.2.3-2)$$

Es ist leicht zu zeigen, daß $\underline{F}'$ das Gleichungssystem (5.2.1-4) erfüllt; einsetzen liefert:

$$\underline{Q}^+ \cdot \underline{F}' = \underline{Q}^+ \cdot \underline{Q} \cdot (\underline{Q}^+ \cdot \underline{Q})^{-1} \cdot \underline{B}^* = \underline{B}^*. \quad (5.2.3-3)$$

Die spezielle Lösung $\underline{F}'$ von Gl. (5.2.3-2) steht außerdem senkrecht auf allen Lösungen $\underline{F}''$ des zugehörigen homogenen Gleichungssystems, da deren Skalarprodukt Null ergibt:

$$\underline{F}''^+ \cdot \underline{F}' = \sum_{r=1}^R \underbrace{g_r^* \cdot \underline{G}_r^+ \cdot \underline{Q}}_{\phi} \cdot (\underline{Q}^+ \cdot \underline{Q})^{-1} \cdot \underline{B}^* = \phi. \quad (5.2.3-4)$$

$\underline{F}'$ stellt somit die kürzeste aller Lösungen dar bezüglich der euklidischen Norm $L_F = \|\underline{F}\|^2 = \underline{F}^+ \cdot \underline{F}$. Die Norm entspricht im kontinuierlichen Fall der "Gesamtleistung" von F : $L_F = \int |F(x)|^2 dx$. Diese Eigenschaft wird bei der Untersuchung der Störempfindlichkeit des Zeichenerkennungssystems wichtig werden (Kapitel 7.).

Ein weniger abstrakter Weg, die spezielle Lösung von Gl. (5.2.3-2) zu finden, ist im nächsten Abschnitt dargestellt.

5.2.4. Lösung mit Linearkombination

Die Aussage "die nicht redundanten Referenzzeichen sind nicht wie beim Matched Filter je einem Zeichen, sondern dem ganzen Ensemble angepaßt", kann die Intuition dahingehend beeinflussen, einen verallgemeinerten Matched Filter Ansatz zu versuchen.

Die Referenzzeichen werden als Linearkombination der Objekte mit noch unbekannten Koeffizienten angesetzt:

$$\underline{F}'_k = \sum_{n=1}^N \gamma_{nk} \underline{O}_n = \underline{O} \cdot \underline{\gamma}_k \quad (5.2.4-1)$$

$$\text{mit } \underline{\gamma}_k = \begin{pmatrix} \gamma_{1k} \\ \gamma_{2k} \\ \vdots \\ \gamma_{Nk} \end{pmatrix} .$$

Im Falle des Matched Filters gibt man sich die Entwicklungskoeffizienten diagonal vor:

$$\gamma_{nk} = \begin{cases} 1 & \text{für } n = k \quad (k = 1 \dots N) \\ \emptyset & \text{für } n \neq k . \end{cases} \quad (5.2.4-2)$$

Caulfield und Maloney /5-7/ realisierten mit dem selben Ansatz eine Zwischenstufe zwischen Matched Filter und nicht redundanten Korrelationen. Sie verwendeten $K = N$ Referenzzeichen analog zum Matched Filter, diagonalisierten jedoch die Korrelationen:

$$I_{nk}^* = \underline{O}_n^+ \cdot \underline{F}'_k = \begin{cases} 1 & \text{falls } n = k \quad (n, k = 1 \dots N) \\ \emptyset & \text{falls } n \neq k . \end{cases} \quad (5.2.4-3)$$

Das Einsetzen des Ansatzes für $\underline{F}'$ (Gl. 5.2.4-1) in die Bedingungsgleichung (5.2.1-4) liefert den Satz der Entwicklungskoeffizienten $\underline{\gamma}$, unter Vernachlässigung des k -Index:

$$\underline{O}^+ \cdot \underline{F}' = \underline{O}^+ \cdot \underline{O} \cdot \underline{\gamma} = \underline{B}^* . \quad (5.2.4-4)$$

Daraus ergibt sich $\underline{Y}$ zu:

$$\underline{Y} = (\underline{Q}^+ \cdot \underline{Q})^{-1} \cdot \underline{B}^* \quad (5.2.4-5)$$

Dieser Ansatz führt also gerade zur Lösung mit generalisierten Inversen, denn nach Einsetzen der Entwicklungskoeffizienten $\underline{Y}$ in Gl. (5.2.4-1) ergibt sich:

$$\underline{F}' = \underline{Q} \cdot \underline{Y} = \underline{Q} \cdot (\underline{Q}^+ \cdot \underline{Q})^{-1} \cdot \underline{B}^* \quad (5.2.4-6)$$

Dieses Verfahren ermöglicht es, im Prinzip ohne Digitalisierung der Objekte auszukommen. Die Koeffizienten der Kreuzkorrelationsmatrix

$$(\underline{Q}^+ \cdot \underline{Q})_{nn'} = \int O_n^*(x) O_{n'}(x) dx \quad (5.2.4-7)$$

können bei optischem Vorliegen der Funktionen gemessen werden. Die Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten kann numerisch gemäß Gl. (5.2.4-5) erfolgen, während sich die Referenzzeichen nach Gl. (5.2.4-1) durch gewichtete Superposition der Objekte z.B. mit fotografischen Mitteln, herstellen lassen. Dieses Verfahren führten Fleuret und Maitre /5-8/ mit zwei Objekten und einem Referenzzeichen durch, während sie später auch die vollständig numerische Lösung bevorzugten /5-9/.

5.2.5. Diskussion der Lösungsverfahren

Das direkte Verfahren (Abschnitt 5.2.2.) ist von theoretischem Interesse, da es die Dimensionsaussagen der Lösungsmannigfaltigkeit belegt. Für die numerische Durchführung erscheint es ungeeignet, da zur teilweisen Diagonalisierung der Objektmatrix der gesamte Datensatz permanent zur Verfügung stehen muß, was besonders bei hohen Abtastraten zu Schwierigkeiten führt. Die mit dem direkten Verfahren gefundene spezielle Lösung $\underline{F}$ besitzt außerdem mindestens $R = M - N$ Nullen. Diese Lösung ist sehr stör anfällig, da zur Identifikation nur ein Teilgebiet der Objekte herangezogen wird; besser sind Lösungen, die die gesamten Objekte auswerten.

Die Lösungsverfahren mit generalisierten Inversen, bzw. mit Linearkombinationen (Abschnitt 5.2.3. und 5.2.4.) sind von theoretischem und praktischem Interesse. Die Verfahren liefern eine ausgezeichnete spezielle Lösung, nämlich die kürzeste. Abschnitt 7.3.2. zeigt, daß diese Lösung für Objekte mit signalunabhängigem, unkorreliertem Rauschen die geringste Fehlerrate erzeugt. Die geschlossene Form der Lösung erweist sich für weitergehende analytische Betrachtungen vorteilhaft. In Abschnitt 7.3.2. wird gezeigt, daß eine Modifikation der generalisierten Inversen auch die orthogonalen Lösungen mit berücksichtigt.

Die Verfahren lassen sich auch praktisch leicht durchführen, da die Kreuzkorrelationen nacheinander berechnet werden können, und nur eine $N \times N$ Matrix zu invertieren ist. Die Algorithmen ermöglichen auch eine teilweise analoge Vorgehensweise, die in Praxis jedoch nach Möglichkeit vermieden werden sollte, um Ungenauigkeiten in der Referenzzeichenherstellung zu unterbinden.

5.2.6. Mehr als ein determinierter Punkt in der Korrelationsebene

Bisher wurde davon ausgegangen, daß jeweils nur ein Punkt in der Korrelationsebene, nämlich bei $x = 0$, zur Identifikation beiträgt. Man kann jedoch die Referenzzeichen auch so berechnen, daß mehrere Punkte in der Korrelationsebene an den Stellen x_1 , $l = 1 \dots L$ fest vorgegebene Werte liefern. Im Prinzip ist es möglich, alle Bits des K-stelligen Codewortes an $L = K$ Stellen einer Korrelationsebene unterzubringen, es würde dann also ein Referenzzeichen genügen.

Die Festlegung von Korrelationssignalen an der Stelle $x = x_1$ kann durch Koordinatentransformation im Korrelationsintegral auf eine Verschiebung des Objekts um x_1 oder des Referenzzeichens um $-x_1$ auf die bisherigen Algorithmen mit Auswertung an der Stelle $x = 0$ zurückgeführt werden. Legt man L Punkte in der Korrelationsebene fest, so muß jedes Objekt in die L Verschiebungspositionen x_1 gebracht werden. Mit dem neuen, L -fach aufgeblähten Objektdatensatz liefern die angegebenen Algorithmen die richtigen Referenzzeichen. Der numerische Aufwand erhöht sich, da einerseits das Samplingraster erweitert werden muß, um die Objekte in allen verschobenen Positionen noch vollständig darstellen zu können, und andererseits statt der ursprünglichen $N \times N$ Korrelationsmatrix eine $LN \times LN$ Matrix invertiert werden muß. Hier zeichnen sich die Grenzen dieser Multiplexmöglichkeit ab, da die lineare Unabhängigkeit des L -fach expandierten Datensatzes weiterhin gewährleistet sein muß, um die Korrelationsmatrix invertieren zu können. Im allgemeinen verliert man Optimierungsfreiheitsgrade, da der Zuwachs an Samplingzellen die Vervielfachung der Objekte nicht aufwiegt, so daß der R -dimensionale Restraum an Dimensionen verliert. Werden jedoch die Abstände zwischen allen Stellen x_1 größer oder zumindest gleich der Zeichenausdehnung gewählt, so überlagern sich die verschobenen Objekte nicht. In diesem Fall läßt sich die Inversion der $LN \times LN$ Matrix auf L Inversionen der $N \times N$ Untermatrizen zurückführen. Da diese jedoch alle identisch sind, muß nur eine Inversion

tatsächlich ausgeführt werden. Der Berechnungsablauf entspricht somit exakt denen der bereits besprochenen Verfahren. Die zum expandierten Datensatz gehörende Referenzfunktion setzt sich dann aus den um x_1 verschobenen, einzeln berechneten Referenzfunktionen zusammen. Das Ortsmultiplexing wird nicht weiter verfolgt, da es die optische Realisierung nur unwesentlich vereinfacht, aber während der Berechnung der Referenzzeichen unter Umständen zu großen Schwierigkeiten führt. Die große Instabilität der inversen Korrelationsmatrix eines expandierten Datensatzes demonstriert der Abschnitt 8.3. In diesem Abschnitt erfolgte die Expandierung nicht zur Einsparung von Referenzzeichen, sondern zur Erzielung von partieller Shiftinvarianz.

5.2.7. Überbestimmtes Gleichungssystem

Wie bereits erwähnt, kann der Fall eintreten, daß die Objekte lineare Abhängigkeiten besitzen. Das geschieht mit Sicherheit, falls man die Zahl der Abtastpunkte kleiner als die Zahl der Objekte wählt ($M < N$). In diesem Fall ist das Gleichungssystem (5.2.1-4) überbestimmt und i.a. nicht exakt lösbar. Man kann dennoch versuchen, eine Näherungslösung zu finden mit der Randbedingung, daß die Abweichungen vom vorgegebenen Codevektor $\underline{B}$ minimal werden:

$$\underline{Q}^+ \cdot \underline{F} = \hat{\underline{B}}^*, \quad (5.2.7-1)$$

mit $|\hat{\underline{B}} - \underline{B}|^2$ minimal.

Die generalisierte Inverse erlaubt im Falle $M < N$ und $\text{Rg} \{ \underline{Q} \} = M$ eine kompakte Lösung anzugeben (siehe Anhang A.5.):

$$\underline{F} = \underline{Q}^\# \cdot \underline{B}^* \quad (5.2.7-2)$$

mit $\underline{Q}^\# = (\underline{Q} \cdot \underline{Q}^+)^{-1} \cdot \underline{Q}^+$

Im konkreten Fall muß man jedoch nachprüfen, ob die Einzelabweichungen $\hat{B}_n - B_n$ klein genug sind, um eine einwandfreie Identifizierung zu gewährleisten. Auch für allgemeine Dimension-Rang-Kombinationen $M \leq N$, $\text{Rg} \{ \underline{Q} \} < N$ liefert die generalisierte Inverse Lösungen mit obiger Randbedingung, sie besitzt jedoch eine kompliziertere Struktur (siehe Anhang A.5.).

5.3. Anpassung an die Realität

5.3.1. Aufspaltung der Referenzzeichen

Soll die Korrelation der Objekte mit den Referenzzeichen optisch inkohärent erfolgen, so treten weitere Probleme auf. Obwohl man mit reellen positiven Objektfunktionen startet, besitzen die Referenzzeichen reelle, aber meist bipolare Funktionswerte, die sich als Intensitätstransmission oder als Intensitätspunktbild nicht direkt realisieren lassen. Diese prinzipielle Einschränkung aller inkohärenten Systeme kann durch verschiedenartige Verfahren umgangen werden, sei es durch räumliche Modulation analog zur Holographie /5-10/ oder durch schlichte Aufspaltung der Referenzzeichen in Positiv- und Negativanteile:

$$F_k = F_k^a - F_k^b, \quad (5.3.1-1)$$

mit $F_{mk}^{a,b} \geq \emptyset$ für alle m, k .

Die Gewinnung der Korrelationssignale I_k erfolgt nun durch Subtraktion der Korrelationsergebnisse der Objekte mit den jeweiligen Positiv- und Negativanteilen der Referenzzeichen:

$$I_k = I_k^a - I_k^b = Q^+ \cdot F_k^a - Q^+ \cdot F_k^b. \quad (5.3.1-2)$$

Die Bildung der Differenz kann nicht rein optisch erfolgen, da man Lichtintensitäten nicht direkt subtrahieren kann. Im Falle der Zeichenerkennung, wo nur einige wenige, oft nur ein Punkt in der Korrelationsebene ausgewertet wird, können die Korrelationen $I_k^{a,b}$ einzeln gemessen und z.B. elektronisch subtrahiert werden.

Die Aufspaltung der Referenzzeichen nach Gl. (5.3.1-1) beinhaltet weitere Freiheitsgrade. Im folgenden werden drei spezielle Möglichkeiten aufgezeigt.

a) Orthogonale Aufspaltung

Jedes Referenzzeichen wird in seinen minimalen Positiv- und Negativanteil aufgespalten:

$$F_{mk}^b = \begin{cases} -F_{mk} & \text{falls } F_{mk} < \phi \\ \phi & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.3.1-2)$$

$$\underline{F}_k^a = \underline{F}_k + \underline{F}_k^b.$$

In diesem Fall gilt:

$$\underline{F}_k^{aT} \cdot \underline{F}_k^b = \phi. \quad (5.3.1-3)$$

Die orthogonale Aufspaltung bedingt eine Verdopplung des optischen Hardwareaufwands von K auf 2 K Referenzzeichen.

b) Aufspaltung in K Positivanteile und einen gemeinsamen Negativanteil

Die Aufspaltung erfolgt so, daß die K Negativanteile $\underline{F}_k^b$ identisch werden:

$$F_m^b = \begin{cases} -\min_k \{F_{mk}\} & \text{falls } \min_k \{F_{mk}\} < \phi \\ \phi & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.3.1-5)$$

$$\underline{F}_k^a = \underline{F}_k + \underline{F}_k^b.$$

Diese Art der Aufspaltung benötigt also nur K + 1 Kanäle.

c) Aufspaltung mit konstantem Negativanteil

Zu jedem Referenzzeichen wird ein konstanter Bias addiert, so daß sie positiv werden:

$$F_k^b = \min_m \left\{ F_{mk} \right\} \quad (5.3.1-6)$$

$$F_k^a = F_k + F_k^b.$$

Hier werden nur K strukturierte Referenzzeichen benötigt, da die Negativanteile nur aus strukturlosen Transmissionen bestehen, also durch gewichtete Messung der Gesamtintensität realisierbar sind.

Die drei Aufspaltungsarten lassen sich auch bezüglich des Bias sortieren, falls man die Negativanteile als Bias der dazugehörigen Positivanteile betrachtet. Der mittlere Bias, also $\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M F_{mk}^b$, ist minimal für die orthogonale Aufspaltung, während er im Falle des konstanten Negativanteils den größten Wert annimmt. Es sei darauf hingewiesen, daß innerhalb der drei dargestellten Aufspaltungsarten jeweils der kleinstmögliche Bias verwirklicht wird.

Die Abschnitte 6.3. und 7.7. behandeln die Aufspaltung nochmals im Zusammenhang mit der Störanfälligkeit des Erkennungssystems.

5.3.2. Verletzung des Samplingtheorems

Der Übergang von kontinuierlichen zu diskreten Funktionen erfolgte unter strengen Annahmen:

Objekte und Referenzzeichen mußten so fein abgetastet werden, daß das Samplingtheorem erfüllt ist, und in der Ausgangsebene waren Punktdetektoren vorgesehen. In Praxis sind diese Anforderungen nicht oder nur mit großem Aufwand näherungsweise zu erfüllen. Es wird nun gezeigt, wie man trotz Verletzung des Samplingtheorems und trotz der Verwendung eines ausgedehnten Detektors die diskrete Schreibweise aufrechterhalten kann, um die Referenzzeichen problemlos berechnen zu können. Der Objektindex n und Referenzindex k wird im folgenden wieder weggelassen.

Von einer kontinuierlichen Objektfunktion $O(x)$ sind nur Abtastwerte folgender Form meßbar:

$$O_m = (O(x) * A(x)) (m \delta x) , \quad (5.3.2-1)$$

wobei $A(x)$ die räumliche Empfindlichkeitsfunktion des Abtastsystems angibt. Oft verwendet man näherungsweise Rechtecks- oder Gaußfunktionen. In der strengen Theorie des Samplingtheorems müßten es δ -Funktionen sein, die jedoch nicht direkt realisierbar sind.

Hat man aus den Abtastwerten der Objekte die Stützstellen der Referenzzeichen F_m berechnet, so müßte die diskrete Funktion

$$F_s(x) = \sum_{m=1}^M F_m \delta(x - m \delta x) \quad (5.3.2-2)$$

mit sinc-Funktionen interpoliert werden, um zur kontinuierlichen Funktion $F(x)$ zu gelangen:

$$F(x) = F_s(x) * C(x) \quad (5.3.2-3)$$

mit $C(x) = \text{sinc} \left(\frac{x}{\delta x} \right)$.

In Praxis ist auch dies meist nicht möglich, da die sinc-Funktionen einerseits unendlich ausgedehnt sind und andererseits negative Funktionswerte besitzen. Werden die Referenzfunktionen für die direkte Korrelation als Transmission hergestellt, so verwendet man auch hier für $C(x)$ oft Rechtecksfunktionen mit der Breite des Samplingabstands. Entstehen die Referenzfunktionen als Intensitätspunktbild eines räumlichen Filterungsprozesses, so ergeben sich nach periodischer Pupillenwiederholung näherungsweise δ -Funktionen für $C(x)$ /5-11/.

Schließlich läßt sich ein punktförmiger Detektor im Falle der räumlichen Filterung nicht realisieren. Gemessen wird also:

$$\begin{aligned} B &= (I(x) * D(x)) (0) = \\ &= (O(x) * F_S(x) * C(x) * D(x)) (0), \end{aligned} \quad (5.3.2-4)$$

wobei $D(x)$ die räumliche Empfindlichkeitsfunktion des Detektors beschreibt.

Zieht man die Interpolations- und Empfindlichkeitsfunktion zusammen, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} B &= \int O(x) \sum_m F_m C'(x - m\delta x) dx = \\ &= \sum_m (O(x) * C'(x)) (m\delta x) F_m, \end{aligned} \quad (5.3.2-5)$$

$$\text{mit } C'(x) = C(x) * D(x).$$

Der zweite Teil von Gl. (5.3.2-5) gibt also das Rezept an, die Summenschreibweise exakt aufrecht zu erhalten, falls man für die Abtastfunktion die kombinierte Interpolations- und Empfindlichkeitsfunktion wählt: $A(x) = C(x) * D(x)$. Für dieses Ergebnis waren keine Annahmen über den Samplingabstand δx und über die Funktionen C und D nötig; Gleichung (5.3.2-4) bleibt also auch dann richtig, falls das Sampling-

theorem verletzt ist. Dieser Umstand erlaubt z.B. binäre Schriftzeichen mit ihren scharfen Schwarz-Weiß-Übergängen und damit hohen Bandbreiten, mit weniger Punkten abzutasten, als es gemäß dem Samplingtheorem nötig wäre. Da nun die Abtastrate nicht mehr direkt von den Zeichen bedingt wird, muß man weitere Kriterien entwickeln, um sinnvolle Abtastraten im konkreten Fall angeben zu können (siehe Abschnitt 7.8.).

Falls sich aus technischen Gründen $A = C * D$ nicht realisieren läßt, kann man die Objekte feiner als δx abtasten und die Faltung $O(x) * C'(x)$ von Gl. (5.3.2-5) digital für die Argumente $m\delta x$ bestimmen.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß lineare Modifikationen der Interpolationsfunktionen der Referenzzeichen oder der Detektorempfindlichkeit, man könnte an ausgedehnte, strukturierte Detektoren denken, immer als Modifikation $\underline{V}$ des Objektdatensatzes betrachtet werden können, da lineare Operationen in ihrer Reihenfolge vertauschbar sind:

$$\underline{O} \rightarrow \hat{\underline{O}} = \underline{V} \cdot \underline{O}. \quad (5.3.2-6)$$

In den bisher betrachteten Fällen beschrieb die Transformationsmatrix $\underline{V}$ eine Faltung. Wie sie tatsächlich aussehen soll, um optimale Systemeigenschaften zu erzielen, wird in Abschnitt 7.3. abgeleitet.

6. Fehlerquellen und deren Auswirkungen

Bisher wurden alle Signale als deterministisch vorausgesetzt. In Praxis leiden jedoch die Eingangszeichen als auch die Eigenschaften des Verarbeitungssystems unter gewissen Schwankungen. In diesem Kapitel werden die verschiedenen Fehlerquellen beschrieben und deren Auswirkungen mit Statistik erster und zweiter Ordnung auf die Erkennungssicherheit untersucht. Verwendet man einen einfachen Klassifikator, so läßt sich eine mittlere Fehler-rate angeben, falls die statistischen Größen der Störung bekannt sind.

Als Störung werden hier ausschließlich stochastische Prozesse verstanden, also Prozesse, die im Einzelfall unvorhersehbar sind, im statistischen Mittel über viele gleichartige Experimente aber gewissen Gesetzmäßigkeiten unterliegen. Reproduzierbare Störeinflüsse, hauptsächlich im Verarbeitungssystem, lassen sich durch Einbeziehung in die Systemgleichungen eliminieren. Produziert z.B. das optische System zeitunabhängiges vom Eingangssignal ab- oder unabhängiges Streulicht, so kann man diesen Effekt eliminieren, falls er als Modifikation der Eingangsdaten verstanden wird. Im folgenden werden die Störeinflüsse gemäß ihrem Entstehungsort gegliedert:

- Störungen in den Eingangszeichen
- Störungen in den optischen Verarbeitungen
- Störungen in der Lichtmessung.

6.1. Rauschquellen

Zu den Störungen der Eingangszeichen sollen einerseits solche zählen, die beim Herstellungsprozeß, z.B. beim Drucken von Schriftzeichen, entstehen, andererseits aber auch Fehler, die beim Positionieren entstehen, da die Operation der Korrelation auf einfache geometrische Transformationen (Shift, Rotation) empfindlich reagiert. Außerdem können auch verschiedene Typensätze als Störung eines mittleren Typensatzes aufgefaßt werden. Die realen Eingangszeichen werden nun beschrieben durch:

$$O_n^R(x) = O_n(x) + \delta O_n(x) \quad (n = 1 \dots N), \quad (6.1-1)$$

$$\text{mit } \langle \delta O_n(x) \rangle = \phi.$$

Es sei angemerkt, daß die additive Schreibweise des Rauschterms $\delta O_n(x)$ kein additives Rauschmodell bedingt, sondern nur ganz allgemein das reale Zeichen $O_n^R(x)$ in seinen statistischen Mittelwert $O_n(x)$ und in seine Schwankung zerlegt.

Der statistische Erwartungswert $\langle \dots \rangle$ muß für die verschiedenen Störungen verschieden interpretiert werden:

Betrachtet man Störungen im Herstellungsprozeß, so muß der Erwartungswert als Mittelung über viele Individuen einer Klasse (eines Zeichens) verstanden werden. Betrachtet man dagegen Positionierungsfehler, so genügt ein einziges Eingangszeichen, das von einem Verarbeitungssystem vielfach positioniert wird. Im Falle von mehreren Schrifttypen beschreibt der Erwartungswert eine endliche Summe über die verschiedenen Typensätze mit Gewichtungsfaktoren, die die Häufigkeiten der einzelnen Typensätze berücksichtigen.

Die statistischen Störungen der Verarbeitung werden hauptsächlich durch die Herstellungstoleranzen der optischen Komponenten bedingt. Der Erwartungswert mittelt hier also über viele gleichartige Verarbeitungssysteme. Die kritischen Komponenten dürften die spatialen Filter bzw. die Referenzmasken sein, da hier exakte Transmissionsgrade

bei hoher Strukturierung eingehalten werden müssen. Die restlichen Fehler des optischen Systems werden als zusätzliche Fehler in die Referenzfunktion mit hinein definiert. Die realen Referenzfunktionen lauten dann:

$$F_k^R(x) = F_k(x) + \delta F_k(x) \quad (k = 1 \dots K) , \quad (6.1-2)$$

$$\text{mit } \langle \delta F_k(x) \rangle = \phi .$$

Die statistischen Störungen der Lichtmessung beziehen sich auf das zeitliche Rauschen des Detektors und den analogen Teil der Nachfolgeelektronik. Das zur Diskriminierung verwendete elektronische Signal lautet dann:

$$I_{nk}^R = I_{nk} + \delta I_{nk}^D , \quad (6.1-3)$$

$$\text{mit } \langle \delta I_{nk}^D \rangle = \phi ,$$

falls dem Detektor die entsprechende Lichtintensität I_{nk} angeboten wird. Der Erwartungswert bezieht sich hier auf viele gleichartige Experimente mit einem einzigen Detektor.

6.2. Auswirkungen in einem optischen Kanal

Die in Abschnitt 6.1. dargestellten Fehlerquellen verursachen Abweichungen des Detektionssignals von den vorgegebenen Codewerten. Zuerst wird Statistik erster und zweiter Ordnung in nur einem optischen Kanal betrieben. Da die folgenden Abschätzungen für alle Objekte und Verarbeitungskanäle gleichermaßen gelten, werden die Indizes n und k weggelassen.

Das elektronische Detektionssignal wird nun beschrieben durch:

$$\begin{aligned} I^R &= ((O(x) + \delta O(x)) \otimes (F(x) + \delta F(x))) (\phi) + \delta I^D = \quad (6.2-1) \\ &= (O(x) \otimes F(x)) (\phi) + (\delta O(x) \otimes F(x)) (\phi) + \\ &\quad + (O(x) \otimes \delta F(x)) (\phi) + \delta I^D + \\ &\quad + (\delta O(x) \otimes \delta F(x)) . \end{aligned}$$

Diese Formulierung ist streng genommen nur für inkohärente optische Systeme richtig. Da die Abweichungen δO , δF und δI als statistisch unabhängig angesehen werden können, bietet sich bei kohärenter Beleuchtung folgender Weg an: Zuerst Berechnung der Signal- und Rauschanteile der komplexen Amplitude mit der Struktur $O \otimes F$, dann Betragsquadratbildung und Addition des Detektorrauschens. Im folgenden wird auf diese Verkomplizierung nicht weiter eingegangen, da das Detektorrauschen nicht die entscheidenden Störungen darstellt. Im Weiteren werden auch Störterme zweiter Ordnung vernachlässigt.

Das Detektionssignal lautet somit:

$$I^R = B + \delta I , \quad (6.2-2)$$

mit $B = (O(x) \otimes F(x)) (\phi)$ (Definition von Abschnitt 5.1.)

$$\begin{aligned} \text{und } \delta I &= (\delta O(x) \otimes F(x)) (\phi) + \\ &\quad + (O(x) \otimes \delta F(x)) (\phi) + \delta I^D . \end{aligned}$$

Der Erwartungswert von I^R ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \langle I^R \rangle &= B, \\ \text{da } \langle \delta I \rangle &= \emptyset. \end{aligned} \quad (6.2-3)$$

Der Erwartungswert von I^R liefert also gerade die exakten Codewerte, falls für die Berechnung der Referenzfunktionen die Erwartungswerte der Objekte verwendet wurden; ein Ergebnis, das für ein lineares System zu erwarten war.

Um Gleichung (6.2-2) und alle weiteren Ergebnisse in kompakter Matrixschreibweise darstellen zu können, wird nun der Übergang zum diskreten vollzogen. Analog zu den Überlegungen von Abschnitt 5.3.2. liefert der Objektrauschterm:

$$(\delta O(x) \oplus F(x))(\emptyset) = \sum_m (O(x) \oplus C'(x))(\delta x) \cdot F_m, \quad (6.2-4)$$

dabei beschreibt $C'(x)$ die kombinierte Referenzinterpolations- und Detektorempfindlichkeitsfunktion.

Das Objektrauschen geht also nur in der Form

$$\delta O_m = \int \delta O(x - \delta x) C'(x) dx \quad (6.2-5)$$

in das Detektionssignal ein.

In Vergleich zu $C'(x)$ hochfrequente Rauschanteile werden damit weitgehend eliminiert. Der Objektrauschterm lautet somit:

$$(\delta O(x) \oplus F(x))(\emptyset) = \underline{\delta O}^T \cdot \underline{F}^* \quad (6.2-6)$$

$$\text{mit } \underline{\delta O}^T = (\delta O_1, \delta O_2, \dots, \delta O_M).$$

Nimmt man an, daß die Statistik des Referenzrauschens in Bereichen des Samplingabstandes δx stückweise konstant ist, dann führen analoge Betrachtungen zu:

$$(O(x) \otimes \delta F(x)) (\phi) = \underline{O}^T \cdot \underline{F}^* \quad (6.2-7)$$

$$\text{mit } \underline{\delta F}^T = (\delta F_1, \delta F_2, \dots, \delta F_M)$$

$$\text{mit } \delta F_m = \int \delta F(x - m\delta x) C'(x) dx.$$

Die Gleichung (6.2-2) läßt sich damit kompakt schreiben:

$$I^{R*} = B^* + \delta I^* , \quad (6.2-8)$$

$$\text{mit } B^* = \underline{O}^+ \cdot \underline{F}$$

$$\delta I^* = \underline{\delta O}^+ \cdot \underline{F} + \underline{O}^+ \cdot \underline{\delta F} + \delta I^{D*}.$$

Mit dieser Nomenklatur lautet die Varianz:

$$\sigma_I^2 = \langle |I^R - \langle I^R \rangle|^2 \rangle = \quad (6.2-9)$$

$$= \langle |B + \delta I - B|^2 \rangle = \langle |\delta I|^2 \rangle =$$

$$= \langle \delta I^+ \delta I \rangle.$$

Mit der Annahme, daß das Objekt-, System- und Detektorrauschen voneinander unabhängig sind, liefert das Einsetzen der Größen aus Gleichung (6.2-8):

$$\sigma_I^2 = \langle \underline{F}^+ \cdot \underline{\delta O} \cdot \underline{\delta O}^+ \cdot \underline{F} + \underline{\delta F}^+ \cdot \underline{O} \cdot \underline{O}^+ \cdot \underline{\delta F} + \quad (6.2-10)$$

$$+ \delta I^{D*} \delta I^D \rangle =$$

$$= \underline{F}^+ \cdot \underline{C_O} \cdot \underline{F} + \underline{O}^+ \cdot \underline{C_F} \cdot \underline{O} + \sigma_D^2 ,$$

$$\text{mit } \underline{C_O} = \langle \underline{\delta O} \cdot \underline{\delta O}^+ \rangle$$

$$\text{und } \underline{C_F} = \langle \underline{\delta F} \cdot \underline{\delta F}^+ \rangle.$$

Die quadratischen $M \times M$ Matrizen $\underline{C_O}$ und $\underline{C_F}$ stellen die Kovarianzen bezüglich der Samplingpunkte des Objekt- und des Referenzrauschens dar. Ist das Rauschen zwischen den

Samplingpunkten unkorreliert, so werden die Kovarianzmatrizen diagonal. Die Elemente der Hauptdiagonale beschreiben die Varianz des Rauschens am jeweiligen Samplingpunkt. Ist das Rauschen zusätzlich signalunabhängig, so sind alle Elemente der Hauptdiagonale identisch, so daß $\underline{C} = \sigma^2 \underline{1}$ gilt. Die Matrizenvertauschung im Term des Referenzrauschens

$$\underline{f_F^+} \cdot \underline{O} \cdot \underline{O}^+ \cdot \underline{f_F} = \underline{O}^+ \cdot \underline{f_F} \cdot \underline{f_F^+} \cdot \underline{O} \quad (6.2-11)$$

ist möglich, da gilt:

$$\left| \sum_m \underline{O}_m^* \underline{F}_m \right|^2 = \left| \sum_m \underline{F}_m^* \underline{O}_m \right|^2. \quad (6.2-12)$$

σ_D^2 beschreibt die Varianz des Detektorrauschens.

Die Verteilungsdichte des Detektionssignals ist näherungsweise gaußförmig, da die drei Beiträge selbst näherungsweise normal verteilt sind. Alle drei Beiträge entstehen als Summationen über viele Einzelprozesse; beim Objekt- und Referenzrauschen läuft die Summation über die Samplingzellen, beim Detektor über die Zeit, die durch den Tiefpasscharakter des Detektors und der Nachfolgeelektronik bedingt wird. Unabhängig von der Verteilungsdichte der einzelnen Summanden ist nämlich nach dem zentralen Grenzwertsatz /6-1/ die Verteilungsdichte von unendlichen Summen gaußisch, falls statistische Unabhängigkeiten zwischen den Summanden angenommen werden können.

Für jedes einzelne Detektionssignal $I_{nk}^{a,b}$ ist somit die Verteilungsdichte bekannt:

$$p(I_{nk}^{a,b}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\sigma_{nk}^{a,b})^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{|I_{nk}^{a,b} - E_{nk}^{a,b}|^2}{(\sigma_{nk}^{a,b})^2} \right] \quad (6.2-13)$$

mit σ^2 aus Gleichung (6.2-10).

Für die Berechnung der Fehlerrate des gesamten Systems genügt dieses Ergebnis jedoch noch nicht, da die statistischen Korrelationen zwischen den einzelnen Verarbeitungskanälen zu berücksichtigen sind.

6.3. Auswirkung der Referenzzeichenaufspaltung

Wie bereits in Abschnitt 5.3.1. erwähnt, muß man bei inkohärenten optischen Systemen die bipolaren Referenzzeichen in positive Funktionen aufspalten:

$$\underline{F} = \underline{F}^a - \underline{F}^b \quad (6.3-1)$$

$$\text{mit } F_m^{a,b} \cong \phi \quad (m = 1 \dots M).$$

Auf die Indizes n und k kann wieder verzichtet werden.

Die beiden Meßsignale I^a und I^b besitzen statistische Abhängigkeiten, so daß man von deren Varianzen nicht auf die Varianz von $I = I^a - I^b$ schließen kann, die maßgeblich für die Erkennungssicherheit ist.

Das Differenzsignal I lautet analog zu Abschnitt 6.2.:

$$\begin{aligned} I^* &= I^{a*} - I^{b*} = \\ &= \underline{O}^+ \cdot \underline{F}^a - \underline{O}^+ \cdot \underline{F}^b + \\ &+ \underline{\mathcal{J}O}^+ \cdot \underline{F}^a - \underline{\mathcal{J}O}^+ \cdot \underline{F}^b + \underline{O}^+ \cdot \underline{\mathcal{J}F}^a - \underline{O}^+ \cdot \underline{\mathcal{J}F}^b + \\ &+ \underline{\mathcal{J}I}_D^a - \underline{\mathcal{J}I}_D^b. \end{aligned} \quad (6.3-2)$$

Rührt der überwiegende Anteil des Systemrauschens von den Referenzfunktionen selbst her, so kann man annehmen, daß das Systemrauschen in guter Näherung statistisch unabhängig ist.

Das gleiche gilt für das Detektorrauschen, da es sich um zwei verschiedene Meßvorgänge handelt. Mit diesen Annahmen lautet die Varianz:

$$\begin{aligned}
 \sigma_I^2 &= \langle |\underline{dO}^+ \cdot (\underline{F}^a - \underline{F}^b)|^2 \rangle + & (6.3-3) \\
 &+ \langle |\underline{O}^+ \cdot \underline{dF}^a|^2 \rangle + \langle |\underline{O}^+ \cdot \underline{dF}^b|^2 \rangle + \\
 &+ \langle |\underline{dI}_D^a|^2 \rangle + \langle |\underline{dI}_D^b|^2 \rangle = \\
 &= \underline{F}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O \cdot \underline{F} \\
 &+ \underline{O}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_{\underline{F}^a} \cdot \underline{O} + \underline{O}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_{\underline{F}^b} \cdot \underline{O} \\
 &+ \sigma_{D^a}^2 + \sigma_{D^b}^2 .
 \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis besagt, daß die Varianz von I bezüglich des Objektrauschens von der Referenzzeichenaufspaltung unabhängig ist; in den Objektrauschterm geht nur das bipolare $\underline{F}$ ein. Das Aufspaltungskonzept kann jedoch bei vorhandenem System- und Detektorrauschen die Erkennungssicherheit beeinflussen. In Praxis darf man wohl davon ausgehen, daß das Objektrauschen den Hauptbeitrag von σ_I^2 liefert, da die Referenzzeichen mit genügend hoher Genauigkeit hergestellt werden können. Dieser Umstand eröffnet die Möglichkeit, die Aufspaltung bezüglich des Systemrauschens nicht optimal zu gestalten, dafür aber z.B. die Zahl der Kanäle von 2K auf K+1 zu reduzieren. Die drei verschiedenen Aufspaltungskonzepte werden in Abschnitt 7.7. mit numerischen Ergebnissen unterstützt.

6.4. Auswirkung auf alle Kanäle

In den Abschnitten 6.2. und 6.3. wurde die Verteilungsdichte der Diskriminierungssignale I_{nk} bei vorhandenen Rauschquellen berechnet. Zwischen den K Werten I_{nk} für den festen Objektindex n , das sind also gerade die Signale, die zur Identifikation des n -ten Objektes führen, bestehen bezüglich des Objektrauschens statistische Abhängigkeiten. Die exakte Berechnung der mittleren Erkennungsfehlerrate erfordert deshalb eine mehrdimensionale Verteilungsdichte.

Die K -dimensionale Normalverteilung lautet:

(6.4-1)

$$p(J_{n1}, \dots, J_{nK}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^K |\sum_n|}} \exp \left(-\frac{1}{2} \underline{J_n}^+ \cdot \sum_n^{-1} \cdot \underline{J_n} \right)$$

$$\text{mit } \underline{J_n}^T = (J_{n1}, J_{n2}, \dots, J_{nK}) .$$

Wegen der einfacheren Schreibweise wurden die biasfreien Meßgrößen $J_{nk} = I_{nk} - B_{nk}$ gewählt, so daß die Verteilungsdichte zentralsymmetrisch zum Nullpunkt wird.

Die $K \times K$ Kovarianzmatrix $\sum_n$ bezüglich der K Verarbeitungskanäle ist definiert durch:

$$\sum_n = \langle \underline{\delta I_n}^+ \cdot \underline{\delta I_n} \rangle \quad (6.4-2)$$

$$\text{mit } \underline{\delta I_n}^T = (\delta I_{n1}, \delta I_{n2}, \dots, \delta I_{nK}) .$$

Die Elemente der Hauptdiagonale von $\sum_n$ sind identisch mit Varianzen σ_{nk}^2 von Abschnitt 6.2. bzw. 6.3.

Das System- und Detektorrauschen besitzt mit den Argumenten von Abschnitt 6.3. bezüglich der K Kanäle keine, allenfalls nur geringe statistische Abhängigkeiten. Kreuzterme treten nur bezüglich des Objektrauschens auf, da hier eine Rauschfunktion durch mehrere Kanäle läuft.

Die Elemente von $\sum_n$ lauten ausführlich:

$$\begin{aligned} \sum_{n,kl} &= \underline{F}_k^+ \cdot \underline{C}_{\underline{O}_n} \cdot \underline{F}_l + \\ &+ \begin{cases} \underline{O}_n^+ \cdot \underline{C}_{\underline{F}_k} \cdot \underline{O}_n + \sigma_{D_k}^2 & \text{für } k = l \\ \emptyset & \text{für } k \neq l, \end{cases} \end{aligned} \quad (6.4-3)$$

mit $k, l = 1 \dots K$.

Im Falle der zusätzlichen Aufspaltung in Positiv- und Negativanteile der Referenzfunktion sind die Terme

$$\underline{O}_n^+ \cdot \underline{C}_{\underline{F}_k} \cdot \underline{O}_n \text{ und } \sigma_{D_k}^2 \text{ in Gl. (6.4-3)}$$

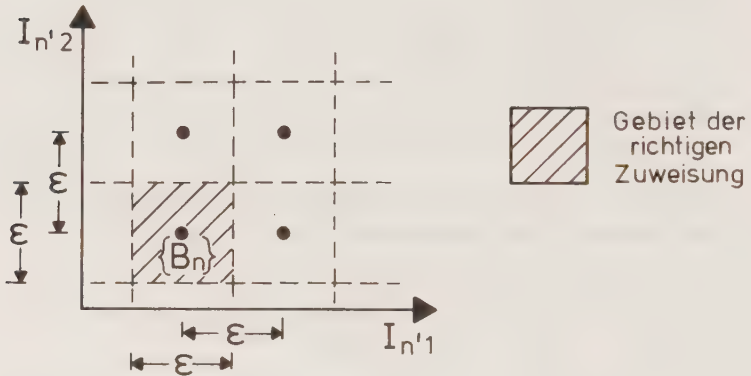
durch $\underline{O}_n^+ \cdot \underline{C}_{\underline{F}_{k^a}} \cdot \underline{O}_n + \underline{O}_n^+ \cdot \underline{C}_{\underline{F}_{k^b}} \cdot \underline{O}_n$ und $\sigma_{D_{k^a}}^2 + \sigma_{D_{k^b}}^2$ zu ersetzen.

6.5. Berechnung der mittleren Fehlerrate

Nachdem in Abschnitt 6.4. die Verteilungsdichte bestimmt wurde, läßt sich für jedes Zeichen die mittlere Fehlerrate angeben, falls die Auswertestrategie der Diskriminierungssignale I_{nk} , also der Klassifikator bekannt ist. Für die numerischen Simulationen wird folgender Klassifikator angenommen:

Gemäß dem Konzept der NRK-Messungen kann man mit einem sehr einfachen Klassifikator auskommen, da die Korrelationskoeffizienten (die Komponenten des Merkmalvektors) bereits stark zeichenspezifisch sind, und zumindest im verrauschten Fall diskrete Werte mit Abstand ϵ annehmen. Die K Meßwerte $I_{n',k}$ werden nun denjenigen Codeworten B_{nk} zugeordnet, so daß sich die geringsten Abstände $|I_{n',k} - B_{nk}|$ ergeben. Die Zuordnung erfolgt also richtig ($n' = n$), falls das K -Tupel

innerhalb des K dimensionalen Kubus liegt mit der Kantenlänge ξ und dem Mittelpunkt $\{B_n\}$, siehe Figur 6.5-1 mit $K = 2$.



Figur 6.5-1: Trennflächen zwischen den einzelnen Klassen für $K = 2$.

Die Trennflächen zwischen den Objektklassen bestehen also aus Hyperebenen, die gerade die Abstände der Codetupels halbieren. Da die Verteilungsdichten um jedes K -Tupel $\{B_n\}$ bekannt sind, kann man die Trennflächen den Gegebenheiten anpassen, um Fehlzuweisungen zu minimieren /6-2/. Im folgenden wird jedoch mit dem einfachen Modell der Hyperebenen gearbeitet.

Die mittlere Fehlerrate E_n des n -ten Zeichens gibt das Wahrscheinlichkeitsintegral an:

$$E_n = 1 - \int_{-\frac{\xi}{2}}^{+\frac{\xi}{2}} \int \dots \int p(J_{n1}, \dots, J_{nK}) dJ_{n1} \dots dJ_{nK}, \quad (6.5-1)$$

mit der Wahrscheinlichkeitsdichte von Gl. (6.4-1).

Numerische Simulationen haben gezeigt, daß die Vernachlässigung der Nichtdiagonalelemente der Kovarianzmatrix $\underline{\underline{\Sigma}}$ nur geringfügige Abweichungen der Fehlerrate verursachen, siehe Abschnitt 7.4.3.

Nach Separierung des Mehrfachintegrals lautet nun die Fehlerrate:

$$E_n \approx 1 - \prod_{k=1}^K \int_{-\frac{\xi}{2}}^{+\frac{\xi}{2}} p(J_{nk}) dJ_{nk}, \quad (6.5-2)$$

mit den Wahrscheinlichkeitsdichten $p(I_{nk})$ von Gl. (6.2-13).

Die numerische Berechnung der Fehlerrate nach Gl. (6.5-2) erfordert nur geringen Aufwand, da das bestimmte Integral der 1-dimensionalen Gaußfunktion bereits als erf-Funktion tabellarisch vorliegt, während die Bestimmung des Mehrfachintegrals hohen numerischen Aufwand verursacht. Es sei angemerkt, daß eine Basistransformation immer derart erfolgen kann, daß die Nichtdiagonalelemente von $\underline{\underline{\Sigma}}^{-1}$ verschwinden, da $\underline{\underline{\Sigma}}$ und $\underline{\underline{\Sigma}}^{-1}$ positiv definiert sind. Viel gewonnen ist deswegen trotzdem nicht, weil die Integrationsgrenzen mittransformiert werden müssen und so zu einem schiefwinkligen Kubus führen. Die Integrale separieren zwar, aber die Integrationsgrenzen der inneren Integrale hängen von dem momentanen Wert der äußeren Integrationsvariablen ab, so daß der hohe numerische Aufwand weiterhin beachtlich bleibt.

7. Optimierung

Im bisherigen Konzept der NRK ging man davon aus, daß zu einem gegebenen Objektdatensatz die zugehörige Codierung festliegt. Mit den Algorithmen von Kapitel 5. lassen sich die Referenzzeichen berechnen und die Ausdrücke von Kapitel 6. geben die zu erwartende Fehlerrate an. Oberstes Ziel sollte es stets sein, ein System zu entwerfen mit maximalem Leistungs-zu-Kosten-Verhältnis, im Falle der Zeichenerkennung heißt das unter anderem hoher Datendurchsatz und hohe Erkennungssicherheit bei kleinem Aufwand. Mit Aufwand ist hier in erster Linie nur derjenige gemeint, der zur Produktion der Systeme anfällt. Der Entwurf des Systems, speziell die Berechnung der Referenzzeichen darf jedoch relativ hohe Kosten verursachen, da sie nur einmalig erfolgen muß.

Das System der NRK beinhaltet eine Reihe von Freiheitsgraden, die die Störsicherheit empfindlich beeinflussen.

- 1) Es muß geklärt werden, welche Codebasis verwendet werden soll, d.h. wieviele diskrete Intensitätsstufen der Code besitzen soll (Abschnitt 7.6.). Diese Wahl beeinflusst die Anzahl der Kanäle.
- 2) Eine weitere Freiheit stellt der Codebias dar, also die Wahl der diskreten Intensitätswerte, die den Code aufbauen (Abschnitt 7.4.).
- 3) Weiterhin ist die Frage der Codezuordnung offen, also welches Codewort welches Zeichen repräsentiert (Abschnitt 7.5.) /7-1/.
- 4) Bei festliegender Codierung müssen die Orthogonalkomponenten der Referenzzeichen sinnvoll gewählt werden (Abschnitt 7.3.).
- 5) Nach festliegenden Referenzzeichen ist die Art der Aufspaltung in Positiv- und Negativanteile zu entscheiden (Abschnitt 7.7.).

6) Für alle numerischen Berechnungen muß die Sampling-rate gewählt werden (Abschnitt 7.8.).

Die Freiheitsgrade 1) und 5) beeinflussen den Hardwareaufwand der Erkennungssysteme durch die Zahl der nötigen Referenzzeichen und damit der nötigen Parallelkanäle, falls hoher Datendurchsatz erwünscht ist. Der Freiheitsgrad 6) beeinflußt ebenfalls den Hardwareaufwand, nämlich durch das geforderte Auflösungsvermögen der optischen Systeme. Die Freiheitsgrade 2), 3) und 4) hingegen betreffen nur den Softwareaufwand zur Berechnung der Referenzzeichen unter gegebenen Randbedingungen.

Die Optimierung des Systems gestaltet sich vielschichtig. Einerseits sind diskrete Entscheidungen zu treffen (Freiheitsgrade 1), 3), 5) und 6)), andererseits kontinuierliche (Freiheitsgrade 2) und 4)). Für die Optimierung ist eine Qualitätsgröße des Systems nötig. Sie soll einerseits das System charakterisieren, andererseits soll die Optimierung der Qualitätsgröße zu handhabbaren Algorithmen führen. Bei 6 Freiheitsgraden steht außerdem die Frage im Raum, in welcher Reihenfolge die Optimierungen erfolgen sollen. Allgemein kann man sagen, daß die diskreten Freiheitsgrade alle durchprobiert werden müssen, während die kontinuierlichen bei Verwendung von einfachen Qualitätsgrößen durch deren Berechnung jeweils simultan optimiert werden können. Für die diskreten Freiheitsgrade 1), 5) und 6) ergeben sich Trends, die zum Teil intuitiv oder durch einfache Abschätzungen begründbar sind, so daß deren Wahl relativ leicht fällt. Der Freiheitsgrad 3), die Codezuordnung, wirft Probleme auf, da einerseits die Anzahl der Möglichkeiten im allgemeinen zu groß ist, um alle durchzuprobieren, und sich andererseits kein eindeutiger Trend abzeichnet.

In den Abschnitten 7.3. - 7.8. werden nun die einzelnen Freiheitsgrade näher untersucht. Zu deren Optimierung wird vorher noch ein Qualitätsmaß definiert (Abschnitt 7.1.). Numerische Simulationen mit einem einfachen Datensatz und einem einfachen Rauschmodell unterstützen die theoretischen Konzepte.

7.1. Wahl der Qualitätsgröße

Die mittlere Fehlerrate E_n von Gl. (6.5-1) stellt für die Optimierung eine zu unhandliche Größe dar. Nach Vernachlässigung der Nichtdiagonalelemente von $\tilde{G}_k$, hängt E_n monoton von $(\tilde{G}_{n1}^2, \dots, \tilde{G}_{nK}^2)$ ab, so daß die Minimierung der Einzelvarianzen auch die Fehlerrate minimiert. Die Optimierungen wirken jedoch auf alle Zeichen gleichzeitig, d.h. sie beeinflussen alle $\tilde{G}_{nk}^2$ simultan. Analytisch formulierbare Algorithmen ergeben sich in den beiden kontinuierlichen Fällen (Freiheitsgrade 2) und 4)), falls als Qualitätsgröße eine mittlere Varianz $\tilde{G}_k^2$ bezüglich der Zeichen verwendet wird:

$$\tilde{G}_k^2 = \sum_{n=1}^N p_n \tilde{G}_{nk}^2. \quad (7.1-1)$$

In die Gewichtungsfaktoren p_n geht die Wichtigkeit ein, mit der die Zeichen sicher erkannt werden sollen. Will ein Hersteller von Erkennungssystemen die mittlere Fehlerrate bei bekannter Zeichenstatistik minimieren, so wird er den häufigen Zeichen ein hohes Gewicht geben, um diese sicher erkennen zu können. Die Gewichtungsfaktoren sollten jedoch den speziellen Bedürfnissen des Kunden angepaßt sein. Für ihn kann es z.B. wichtig sein, daß bestimmte seltene Zeichen fehlerlos erkannt werden. Man verknüpft daher meist die einzelnen Gewichtungsfaktoren mit Kosten, die eine Fehlentscheidung zur Folge haben und versucht, die Gesamtkosten zu minimieren. Findet noch eine Nachverarbeitung statt, die sich bedingte Wahrscheinlichkeiten zu Nutze macht, z.B. daß auf das Zeichen "Q" fast immer ein "U" folgt, dann können die Gewichtungsfaktoren erneut modifiziert werden, um das Gesamtsystem einschließlich Nachverarbeitung zu optimieren. Nach Minimierung der mittleren Varianz $\tilde{G}_k^2$ kann eine Einzelvarianz $\tilde{G}_{nk}^2$ größer geworden sein. In einem zweiten Optimierungslauf kann man diesen Effekt durch einen höheren Gewichtungsfaktor unterdrücken, so daß dieses kritische Zeichen stärker berücksichtigt wird. Der Übergang zu einer Optimierungsstrategie im Sinne von Tschebyschew, wobei hier alle $\tilde{G}_{nk}^2$ unter eine gewisse Grenze gedrückt werden sollen, ist nur mit höherem numerischen Aufwand möglich. Dieser Weg wurde nicht weiter

verfolgt, da die Optimierung im least square Sinne im allgemeinen keine starken Verzerrungen bewirkte.

Im folgenden wird noch davon ausgegangen, daß die Fehler-rate hauptsächlich vom Objektrauschen verursacht wird, da die Komponenten des Systems einschließlich der Detektoren relativ exakt hergestellt werden können. Die mittlere Varianz lautet dann nach Einsetzen von Gl. (6.2-10) in Gl. (7.1-1):

$$\tilde{\sigma}_k^2 = \underline{F}_k^+ \cdot \underline{C}_0 \cdot \underline{F}_k \quad (7.1-2)$$

$$\text{mit } \underline{C}_0 = \sum_{n=1}^N p_n \underline{C}_{0n}.$$

Die Optimierung nur bezüglich des Objektrauschens muß zumindest eine ständige Kontrolle der Einflüsse des Systemrauschens nach jedem Optimierungsschritt zur Folge haben, um sicherzustellen, daß von dieser Seite keine Probleme auftauchen.

Die Optimierung der Freiheitsgrade 2), 4) mit Einschränkung auch 5) und 6) können für jedes Referenzzeichen separat durchgeführt werden (eine Folge der Vernachlässigung der Nichtdiagonalelemente von $\underline{\Sigma}$), so daß $\tilde{\sigma}_k^2$ als Qualitätsgröße dienen kann. Die Freiheitsgrade 1) und 3) betreffen jedoch alle Referenzzeichen und alle Objekte. Man steht nun erneut vor dem Problem, aus den K mittleren Varianzen eine Qualitätsgröße abzuleiten. Es wurden zwei Möglichkeiten herangezogen:

$$\sigma^{2'} = \max \left\{ \tilde{\sigma}_k^2 \right\} \quad (7.1-3)$$

$$\text{und } \sigma^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{\sigma}_k^2.$$

Die Optimierungsalgorithmen lieferten mit beiden Qualitätsgrößen vergleichbare Ergebnisse. Für die Wahl von σ^2 spricht, daß σ^2 auch geschrieben werden kann:

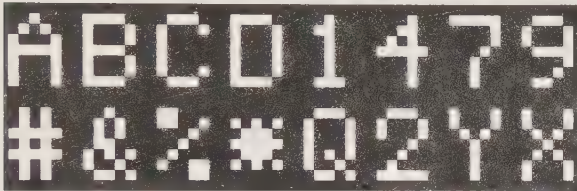
$$\tilde{\sigma}^2 = \sum_{n=1}^N p_n \tilde{\sigma}_n^2 \quad (7.1-4)$$

$$\text{mit } \tilde{\sigma}_n^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{\sigma}_{nk}^2 .$$

Die Größe $\tilde{\sigma}_n^2$ stellt in etwa ein Maß für die Erkennungssicherheit des n-ten Zeichens dar.

7.2. Datensatz und Rauschmodell für numerische Simulationen

Für die numerischen Simulationen wurde ein kleiner Testdatensatz mit $N = 16$ Zeichen verwendet (Figur 7.2-1). Sie stammen von einem Zeichengenerator eines Minicomputers. Die willkürlich ausgewählten Zeichen bestehen aus $M = 7 \times 5 = 35$ Samplingpunkten.



Figur 7.2-1: Testdatensatz

Das Objektrauschen wurde als unkorreliert und multiplikativ angenommen. Die Kovarianzmatrix C_{O_n} wird somit diagonal und läßt sich leicht invertieren. Die Elemente der Hauptdiagonale lauten:

$$C_{O_n mm} = \sigma_O^2 o_{mn}^2, \quad (7.2-1)$$

σ_O^2 beschreibt die Stärke des multiplikativen Rauschanteils. Die Qualitätsgrößen von Gl. (7.1-2) und (7.1-3) ergeben sich dann zu:

$$\sigma_{nk}^2 = \sigma_o^2 \sum_{m=1}^M |F_{mk}|^2 |o_{mn}|^2, \quad (7.2-2)$$

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_{nk}^2,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sigma_k^2,$$

dabei wurden die Gewichtungsfaktoren von Gl. (7.1-1) alle zu $\frac{1}{N}$ angenommen. Für die numerische Qualitätsbeschreibung wird außerdem $\sigma_o^2 = 1$ gesetzt, falls dies nicht ausdrücklich abweichend angegeben ist.

Die Wahl, multiplikatives Rauschen zu verwenden, beruht auf mehreren Hindergründen.

- 1) Multiplikatives Rauschen beschreibt die Wirklichkeit meist besser als additives. Diese Aussage gilt z.B. bei elektrooptischen Display-Systemen (TV-Schirm), da sich Targetinhomogenitäten proportional zur Helligkeit auswirken, und bei photographischem Film mit Ausnahme der ganz durchlässigen Bereiche.
- 2) Die Störeinflüsse des multiplikativen Rauschens sind unabhängig von Normierungen, d.h. man braucht bei numerischen Simulationen nicht auf physikalische Randbedingungen achten, z.B. daß die Transmission von optischen Komponenten immer kleiner als 1 ist (Ausnahme: Laserverstärker).
- 3) Die Symmetrie der Qualitätsgrößen von Gl. (7.2-2) in Objekt- und Referenzzeichen bewirkt, daß die Minimierung dieser Größe das System gleichzeitig gegen multiplikatives Objekt- und Referenzzeichenrauschen optimiert.

7.3. Optimierung der Orthogonalkomponenten

Die Optimierung der beiden kontinuierlichen Freiheitsgrade 4) und 2) (Orthogonalkomponenten und Codebias) gehen von einer festen Codierung aus. In Abschnitt 7.3.1. werden die Orthogonalkomponenten der Referenzzeichen so bestimmt, daß die Qualitätsgrößen $\tilde{\sigma}_k^2$ minimal werden. Abschnitt 7.3.2. verwendet dieses Ergebnis, um eine kompaktere äquivalente Lösung abzuleiten. Die Optimierung erfolgt separat für jedes Referenzzeichen; der k-Index wird deshalb weggelassen. Die numerischen Ergebnisse sind in Abschnitt 7.4.3. dargestellt.

7.3.1. Wahl der Orthogonalkomponenten

Abschnitt 5.2.1. gab die Lösungsmannigfaltigkeit bei gegebenem Code an:

$$\underline{F} = \underline{F}' + \underline{G} \cdot \underline{g} . \quad (7.3.1-1)$$

Dabei war $\underline{F}'$ eine spezielle Lösung mit der Bedingung $\underline{O}^+ \cdot \underline{F} = \underline{B}$. Die Matrix $\underline{G}$ bestand aus $R = M - N$ linear unabhängigen Vektoren, die das zugehörige homogene Gleichungssystem lösten: $\underline{O}^+ \cdot \underline{G} = \underline{\phi}$. Die bis jetzt beliebigen Koeffizienten des Vektors $\underline{g}$ werden nun so gewählt, daß $\tilde{\sigma}^2$ minimal wird.

Die Einführung der euklidischen Norm $\| \cdot \|$ in Gl. (7.1-2) ermöglicht die folgende Schreibweise der Qualitätsgröße:

$$\tilde{\sigma}^2 = \| \underline{C}_O^{1/2} \cdot \underline{F} \|^2 . \quad (7.3.1-2)$$

Die Aufspaltung der Kovarianzmatrix $\underline{C}_O$ in $\underline{C}_O^{1/2}$ mit $\underline{C}_O^{1/2+} \cdot \underline{C}_O^{1/2} = \underline{C}_O$ kann immer erfolgen, da $\underline{C}_O$ positiv definit ist (zumindest semi definit). Der weitere Verlauf der Rechnung zeigt jedoch, daß diese Aufspaltung nur vorübergehend erfolgt.

Das Einsetzen der Lösungsmannigfaltigkeit für $\underline{F}$ ergibt:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \left\| \underline{\underline{C}}_O^{1/2} \cdot (\underline{F}' + \underline{G} \cdot \underline{g}) \right\|^2 = \\ &= \left\| \underline{A} + \underline{D} \cdot \underline{g} \right\|^2\end{aligned}\quad (7.3.1-3)$$

mit den Abkürzungen $\underline{A} = \underline{\underline{C}}_O^{1/2} \cdot \underline{F}$
und $\underline{D} = \underline{\underline{C}}_O^{1/2} \cdot \underline{G}$.

Die Aufgabe, σ^2 durch geeignete Wahl von $\underline{g}$ zu minimieren, ist identisch mit der Suche nach der besten Lösung des überbestimmten Gleichungssystems

$$\underline{D} \cdot \underline{g} = -\underline{A}.\quad (7.3.1-4)$$

Obiges Gleichungssystem ist überbestimmt, da R Koeffizienten im $\underline{g}$ -Vektor gesucht werden, jedoch $M > R$ Gleichungen zur Verfügung stehen.

Die generalisierte Inversion von $\underline{D}$ liefert gemäß dem least square Kriterium die beste Lösung für $\underline{g}$ (siehe Anhang A.5.2.):

$$\begin{aligned}\underline{g} &= \underline{D}^\# \cdot (-\underline{A}) \\ \text{mit } \underline{D}^\# &= (\underline{D}^+ \cdot \underline{D})^{-1} \cdot \underline{D}^+.\end{aligned}\quad (7.3.1-5)$$

Einsetzen der Abkürzungen ergibt:

$$\underline{g} = -(\underline{G}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O \cdot \underline{G})^{-1} \cdot \underline{G}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O \cdot \underline{F}'.\quad (7.3.1-6)$$

Die optimierten Referenzzeichen lauten somit:

$$\begin{aligned}\underline{F}_k &= \underline{F}_k' + \underline{G} \cdot \underline{g}_k = \\ &= \underline{F}_k' - \underline{G} \cdot (\underline{G}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O \cdot \underline{G})^{-1} \cdot \underline{G}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O \cdot \underline{F}_k' \\ \text{mit } \underline{F}_k' &= \underline{O} \cdot (\underline{O}^+ \cdot \underline{O})^{-1} \cdot \underline{B}_k^*.\end{aligned}\quad (7.3.1-7)$$

Ab Gleichung (7.3.1-5) wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß sich die $R \times R$ Matrix $\underline{\underline{D}}^+ \cdot \underline{\underline{D}}$ invertieren läßt. Falls die Kovarianzmatrix $\underline{\underline{C}}_O$ den vollen Rang M besitzt, ist diese Forderung hinreichend erfüllt, da $\underline{\underline{G}}$ definitionsgemäß den Rang R besitzt. Bei Modellrechnungen kann es jedoch vorkommen, daß $\underline{\underline{C}}_O$ nicht den vollen Rang besitzt, z.B. bei unkorreliertem Rauschen, falls manche Samplingzellen kein Rauschen tragen. Im Modell des multiplikativen Rauschens tritt dieser Fall auf, wenn es Samplingzellen gibt, die für alle Objekte Null sind, also meistens Randzellen. Es gibt mehrere Möglichkeiten, mit diesem Problem fertig zu werden:

- 1) Man wertet das Gleichungssystem (7.3.1-4) anders aus. Es ergibt sich dann keine eindeutige Lösung für $\underline{\underline{g}}$ mehr, sondern wiederum eine Lösungsmannigfaltigkeit. Der physikalische Gehalt der Mannigfaltigkeit besteht darin, daß die Wahl derjenigen Samplingzellen in den Referenzzeichen, die objektseitig kein Rauschen tragen, beliebig ist, da sie die Rauschempfindlichkeit des Systems nicht verändern.
- 2) Man erzwingt den vollen Rang von $\underline{\underline{C}}_O$ durch Addition eines kleinen konstanten unkorrelierten Rauschanteils. Dieser Schritt ist praxisgerecht, da man wohl nicht behaupten kann, daß irgend eine Zelle absolut kein Rauschen trägt.
- 3) Im Falle von multiplikativem Rauschen kann man diejenigen Zellen, die für alle Objekte kein Signal, und somit auch kein Rauschen tragen, aus den Berechnungen völlig ausschließen. Man verkleinert also M , bis $\underline{\underline{C}}_O$ den vollen Rang besitzt.

Im Weiteren wird immer der volle Rang von $\underline{\underline{C}}_O$ angenommen, bzw. durch Maßnahme 2) oder 3) erzwungen, da die Ergebnisse einfacher formulierbar sind bei gleichzeitiger Realitätsbezogenheit.

7.3.2. Kompakte Darstellung

Das Ergebnis von Gl. (7.3.1-7) ermöglicht eine kompaktere Darstellung der optimierten Referenzzeichen. Man geht von einem modifizierten Datensatz $\hat{\underline{Q}}$ aus:

$$\hat{\underline{Q}} = \underline{V}^+ \cdot \underline{Q} \quad (7.3.2-1)$$

mit einer $M \times M$ Transformationsmatrix $\underline{V}$, die vollen Rang besitzen soll.

Die zugehörigen speziellen Lösungen der Referenzzeichen lauten dann:

$$\hat{\underline{F}}_k' = \hat{\underline{Q}}^{\#} \cdot \underline{B}_k^* \quad (7.3.2-2)$$

Multipliziert man Gl. (7.3.2-2) von links mit $\underline{V}$, so ergeben sich Referenzzeichen $\check{\underline{F}}_k'$, die wiederum auf den Originaldatensatz wirken, da gilt:

$$\hat{\underline{Q}}^+ \cdot \hat{\underline{F}}_k' = \underline{Q}^+ \cdot \underline{V} \cdot \hat{\underline{F}}_k' = \underline{Q}^+ \cdot \check{\underline{F}}_k' = \underline{B}_k^* \quad (7.3.2-3)$$

Die modifizierten Referenzzeichen lauten also:

$$\check{\underline{F}}_k' = \underline{V}^2 \cdot \underline{Q} \cdot (\underline{Q}^+ \cdot \underline{V}^2 \cdot \underline{Q})^{-1} \cdot \underline{B}_k^* \quad (7.3.2-4)$$

$$\text{mit } \underline{V}^2 = \underline{V}^+ \cdot \underline{V}.$$

Nun wird gezeigt, wie man $\underline{V}^2$ zu wählen hat, so daß die Lösung von Gl. (7.3.2-4) identisch mit der von Gl. (7.3.1-7) wird. Zu diesem Zweck setzt man $\check{\underline{F}}_k'$ als $\underline{F}_k'$ in Gl. (7.3.1-7) ein und fordert, daß der Optimierungsterm $\underline{g} \cdot \underline{q}$ verschwindet.

Das Einsetzen liefert:

$$\underline{F}_k = \check{\underline{F}}_k' - \underline{G} \cdot (\underline{G}^+ \cdot \underline{C}_{\underline{Q}} \cdot \underline{G})^{-1} \cdot \underline{G}^+ \cdot \underbrace{\underline{C}_{\underline{Q}} \cdot \underline{V}^2 \cdot \underline{Q}}_{\underline{C}_{\underline{Q}} \cdot \underline{V}^2 \cdot \underline{Q}} \cdot (\underline{Q}^+ \cdot \underline{V}^2 \cdot \underline{Q})^{-1} \cdot \underline{B}_k^* \quad (7.3.2-5)$$

Wird nun $\underline{\underline{V}}^2$ als $\underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}}^{-1}$ gewählt, so wirkt $\underline{\underline{Q}}^+$ direkt auf $\underline{\underline{Q}}$ und ergibt definitionsgemäß die Nullmatrix. Der Optimierungsterm in Gl. (7.3.1-2) fällt somit weg.

Die optimierte Lösung lautet dann alternativ zu Gl. (7.3.1-7):

$$\underline{\underline{F}}_k = \underline{\underline{Q}}^{\#V} \cdot \underline{\underline{B}}_k^* \quad (7.3.2-6)$$

$$\text{mit } \underline{\underline{Q}}^{\#V} = \underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}}^{-1} \cdot \underline{\underline{Q}} \cdot (\underline{\underline{Q}}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}}^{-1} \cdot \underline{\underline{Q}})^{-1}.$$

Sie zeichnet sich einerseits durch eine kompakte analytische Form aus und andererseits durch einen nur geringen numerischen Mehraufwand im Vergleich zur nicht optimierten Lösung, falls die Kovarianzmatrix $\underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}}$ diagonal ist und damit die Inversion nur eine elementweise Operation in der Hauptdiagonale darstellt. Die Ausführung der Optimierung nach Gl. (7.3.1-7) erfordert dagegen in jedem Fall einige zusätzliche Matrixmultiplikationen und die Inversion einer $R \times R$ Matrix, was bei hohen Samplingraten zu einem erheblichen Mehraufwand führt, da $R = M - N$ gilt.

Die Qualitätsgröße ergibt sich nach Einsetzen von Gl. (7.3.2-6) in Gl. (7.1-2) zu:

$$\sigma_k^2 = \underline{\underline{F}}_k^+ \cdot \underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}} \cdot \underline{\underline{F}}_k = \underline{\underline{B}}_k^+ \cdot \underline{\underline{Q}}^V \cdot \underline{\underline{B}}_k \quad (7.3.2-7)$$

$$\text{mit } \underline{\underline{Q}}^V = (\underline{\underline{Q}}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}}^{-1} \cdot \underline{\underline{Q}})^{-1}.$$

Das hochgestellte V soll andeuten, daß es sich hier um die optimierte Lösung handelt.

Obige Schreibweise verdeutlicht den starken Einfluß des Codes auf die Störsicherheit.

Im Falle von unkorreliertem Rauschen kann man die Optimierung über den modifizierten Datensatz $\hat{\underline{\underline{Q}}}$ auch anschaulich verstehen. Falls $\underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}}$ diagonal ist, wird auch $\underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}}^{-1}$ diagonal mit $\underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}}^{-1} = 1 / \underline{\underline{C}}_{\underline{\underline{O}}} \text{ mm}$, d.h. die Transformation $\underline{\underline{V}}$ schwächt

diejenigen Samplingzellen ab, die viel Rauschen tragen, und betont dagegen diejenigen mit wenig Rauschen. Der modifizierte Datensatz trägt somit insgesamt weniger Rauschen und kann sicherer erkannt werden.

Es bleibt noch anzumerken, daß bei signalunabhängigem, unkorreliertem Rauschen $\underline{F}_k$ bereits die optimale Lösung darstellt. Man sieht dies sowohl an der Formulierung von Gl. (7.3.1-7) als auch von Gl. (7.3.2-6), da in diesem Falle $\underline{C}_0 = \sigma_0^2 \cdot \underline{1}$ gilt. $\underline{1}$ bedeutet hier die Einheitsmatrix.

7.4. Optimierung des Codebias

Bisher ging man davon aus, daß die Codierung festliegt. In diesem Abschnitt wird die Struktur des Codes beibehalten, also die Codebasis und die Zuordnung, jedoch ein variabler Bias eingeführt, also z.B. beim binären Code statt der Werte 0 und 1 z.B. -0.3 und $+0.7$. Ein negatives Vorzeichen verursacht im inkohärenten System keine zusätzlichen Schwierigkeiten, da das Diskriminierungssignal I_{nk} als Differenz zweier positiver Größen auftritt. Falls in kohärenten Systemen die Anzahl der Kanäle nicht erhöht werden soll, muß i.a. auf den optimalen Bias verzichtet werden. Dafür besitzt man jedoch die Freiheit, die Phase des Codes geeignet zu wählen. Dieser Aspekt soll hier jedoch nicht weiter verfolgt werden. Der Codebias verursacht für die Auswerteelektronik der Erkennungssysteme keinen Mehraufwand, da lediglich die Schwellenwerte der Diskriminatoren anders einzustellen sind.

Die Optimierung des Codebias erfolgt analog zu der der Orthogonalkomponenten. In Abschnitt 7.4.1. wird der Bias explizit berechnet. Abschnitt 7.4.2. verwendet dieses Ergebnis für eine kompakte Matrixformulierung. Der k-Index wird vorübergehend wieder weggelassen. Die numerischen Ergebnisse sind in Abschnitt 7.4.3. zusammengestellt.

7.4.1. Wahl des Codebias

Der neue Code $\hat{\underline{B}}$ mit Bias kann geschrieben werden:

$$\hat{\underline{B}} = \underline{B} + \underline{1} \cdot b, \quad (7.4.1-1)$$

wobei $\underline{B}$ den ursprünglichen Code und b den zu optimierenden Bias angibt. $\underline{1}$ repräsentiert einen Vektor, dessen N Komponenten alle identisch 1 sind.

Die Qualitätsgröße lautet analog zu Gl. (7.3.1-2):

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \left\| \underline{C}_{\underline{O}}^{-1/2} \cdot \underline{F} \right\|^2 = \left\| \underline{C}_{\underline{O}}^{-1/2} \cdot (\underline{Q}^V \cdot \underline{B} + \underline{Q}^V \cdot \underline{1} \cdot b) \right\|^2 = \\ &= \left\| \underline{A} + \underline{D} \cdot b \right\|^2, \end{aligned} \quad (7.4.1-2)$$

mit den Abkürzungen $\underline{A} = \underline{C}_{\underline{O}}^{-1/2} \cdot \underline{Q} \cdot \underline{B}$

und $\underline{D} = \underline{C}_{\underline{O}}^{-1/2} \cdot \underline{Q} \cdot \underline{1}$.

$\underline{Q}^V$ stellt entweder $\underline{Q}^\#$ oder $\underline{Q}^{\#V}$ dar, je nachdem, ob die nicht-optimierte oder optimierte Lösung der Referenzzeichen verwendet wird.

Man sucht nun wieder nach der besten Lösung des überbestimmten Gleichungssystems

$$\underline{D} \cdot b = -\underline{A}. \quad (7.4.1-3)$$

Es ist hier nur eine Größe unbekannt, jedoch stehen N Gleichungen zur Verfügung.

Der Codebias b ergibt sich durch die generalisierte Inverse von $\underline{D}$:

$$b = \underline{D}^\# \cdot (-\underline{A}) \quad (7.4.1-4)$$

$$\text{mit } \underline{D}^\# = (\underline{D}^+ \cdot \underline{D})^{-1} \cdot \underline{D}^+ =$$

$$= \frac{\underline{D}^+}{\underline{D}^+ \cdot \underline{D}},$$

da $\underline{D}^+ \cdot \underline{D}$ nur eine skalare Größe darstellt.

Das Einsetzen der Abkürzungen ergibt:

$$b = - \frac{\underline{1}^+ \cdot \underline{\underline{Q}}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O \cdot \underline{\underline{Q}}^V \cdot \underline{B}}{\underline{1}^+ \cdot \underline{\underline{Q}}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O \cdot \underline{\underline{Q}}^V \cdot \underline{1}} \quad . \quad (7.4.1-5)$$

Verwendet man die optimierte Lösung für die Referenzzeichen also $\underline{\underline{Q}}^V = \underline{\underline{Q}}^{\#V}$, so vereinfacht sich obiger Ausdruck zu:

$$b = - \frac{\underline{1}^+ \cdot (\underline{\underline{Q}}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O^{-1} \cdot \underline{\underline{Q}})^{-1} \cdot \underline{B}}{\underline{1}^+ \cdot (\underline{\underline{Q}}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O^{-1} \cdot \underline{\underline{Q}})^{-1} \cdot \underline{1}} \quad . \quad (7.4.1-6)$$

Am Ausdruck des Codebias ist bemerkenswert, daß die Referenzzeichen nicht explizit eingehen, sondern nur das Konzept ihrer Berechnung. Die Frage nach der Reihenfolge der Optimierungen der Orthogonalkomponenten und des Codebias ist somit geklärt, da der Codebias von Gl. (7.4.1-6) die Orthogonalkomponenten bereits mit berücksichtigt.

7.4.2. Kompakte Darstellung

Das Ergebnis von Gl. (7.4.1-6) ermöglicht eine kompakte Darstellung der Codebiasoptimierung. Dazu wird die Gleichung des Grundproblems $\underline{Q}^+ \cdot \underline{F} = \underline{B}^*$ von links mit einer Reduktionsmatrix $\underline{S}$ der Dimension $N \times (N - 1)$ multipliziert:

$$\underline{S}^+ \cdot \underline{Q}^+ \cdot \underline{F} = \underline{S}^+ \cdot \underline{B} + \underline{S}^+ \cdot \underline{1} \cdot b. \quad (7.4.2-1)$$

Die Matrix $\underline{S}$ hat die Aufgabe, den Codebias zu eliminieren, d.h. es muß gelten

$$\underline{S}^+ \cdot \underline{1} = \underline{0}. \quad (7.4.2-2)$$

Diese Forderung erfüllt z.B. die folgende Form:

$$\underline{S} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{N-1} \\ \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{ccc} +1 & & \\ -1+1 & \emptyset & \\ -1 & \cdot & \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ \emptyset & -1+1 & \\ & -1 & \end{array} \\ \hline \end{array} \\ \text{N} \end{array} \end{array}. \quad (7.4.2-3)$$

Die Anwendung von $\underline{S}^+$ auf $\underline{Q}^+$ bzw. auf $\hat{\underline{B}}$ verursacht eine sukzessive Differenzbildung der Zeichen bzw. des Codes. In den Algorithmen zur Berechnung der Referenzzeichen gehen also nur noch die Differenzen der Objekte und der Codewerte ein. Die Verkleinerung des Objektdatensatzes von N auf $N - 1$ stellt für die Optimierung der Referenzzeichen einen zusätzlichen Freiheitsgrad zur Verfügung, nämlich gerade den Codebias. Mit diesem Trick kann sogar eine lineare Abhängigkeit im Originaldatensatz eliminiert werden.

Die optimierten Referenzzeichen lauten mit dem reduzierten Objektdatensatz und Code:

$$\underline{F}_k = \underline{O}^{\#VS} \cdot \underline{B}_k^* \quad (7.4.2-4)$$

$$\text{mit } \underline{O}^{\#VS} = \underline{\underline{C}}_O^{-1} \cdot \underline{O} \cdot \underline{S} \cdot (\underline{S}^+ \cdot \underline{O}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O^{-1} \cdot \underline{O} \cdot \underline{S})^{-1} \cdot \underline{S}^+.$$

Dieses Ergebnis erhält man, falls die generalisierte Inverse des modifizierten Objektdatensatzes $\underline{O}$ und der reduzierte Code zur Referenzzeichenberechnung verwendet wird mit

$$\underline{\hat{O}} = \underline{\underline{C}}_O^{-1/2} \cdot \underline{O} \cdot \underline{S} \quad (7.4.2-5)$$

und mit $\underline{S}^+ \cdot \underline{B}_k$.

Es sei darauf hingewiesen, daß der Codebias nicht explizit bekannt ist, sondern sich erst nachträglich ergibt aus

$$\underline{1} \cdot b_k = \underline{\hat{B}}_k - \underline{B}_k \quad (7.4.2-6)$$

$$\text{mit } \underline{\hat{B}}_k = \underline{O}^+ \cdot \underline{F}_k.$$

Man kann leicht zeigen, daß der auf diese Weise gewonnene Codebias identisch mit dem von Gl. (7.4.1-6) ist.

Der tatsächliche Code $\underline{\hat{B}}_k$ ergibt sich gemäß Gl. (7.4.2-6) und Gl. (7.4.2-4) zu:

$$\underline{\hat{B}}_k = \underline{O}^+ \cdot \underline{\underline{C}}_O^{-1} \cdot \underline{O} \cdot \underline{S} \cdot \dots \quad (7.4.2-7)$$

Geht man mit diesem Code in die Biasoptimierung von Gl. (7.4.1-6) ein, so lauten die ersten Terme des Zählers:

$$\underline{1}^+ \cdot \underbrace{(\underline{O}^+ \cdot \underline{C}_{\underline{O}}^{-1} \cdot \underline{O})^{-1} \cdot \underline{O}^+ \cdot \underline{C}_{\underline{O}}^{-1} \cdot \underline{O} \cdot \underline{S}}_{\underline{1}} \cdot \dots \quad (7.4.2-8)$$

Nach Wegkürzen der mittleren Glieder wirkt $\underline{1}^+$ direkt auf $\underline{S}$ und ergibt definitionsgemäß den Nullvektor. Die Codebiasoptimierung angewandt auf $\hat{\underline{B}}_k$ von Gl. (7.4.2-7) liefert also kein zusätzliches b mehr, d.h. $\hat{\underline{B}}_k$ besitzt den optimalen Bias.

Die Qualitätsgröße berechnet sich mit den optimierten Referenzzeichen zu:

$$\sigma_k^2 = \underline{F}_k^+ \cdot \underline{C}_{\underline{O}} \cdot \underline{F}_k = \underline{B}_k^+ \cdot \underline{Q}^{VS} \cdot \underline{B}_k \quad (7.4.2-9)$$

$$\text{mit } \underline{Q}^{VS} = \underline{S} \cdot (\underline{S}^+ \cdot \underline{O}^+ \cdot \underline{C}_{\underline{O}}^{-1} \cdot \underline{O} \cdot \underline{S})^{-1} \cdot \underline{S}^+.$$

Sie hängt jetzt nur noch von der Struktur des Codes ab, aber nicht mehr von einem Bias.

Es muß noch angemerkt werden, daß das Verfahren mit der Reduktionsmatrix $\underline{S}$ nur dann den richtigen Codebias liefert, falls die Orthogonalkomponenten mit optimiert werden. So liefert z.B. die Lösung

$$\underline{F}_k = \underline{O}^{\#S} \cdot \underline{B}_k^* \quad (7.4.2-7)$$

$$\text{mit } \underline{O}^{\#S} = \underline{O} \cdot \underline{S} \cdot (\underline{S}^+ \cdot \underline{O}^+ \cdot \underline{O} \cdot \underline{S})^{-1} \cdot \underline{S}^+$$

einen von Gl. (7.4.1-5) abweichenden Bias, falls für $\underline{O} = \underline{O}^{\#}$ gewählt wird.

7.4.3. Numerische Ergebnisse

In Tabelle 7.4.3-2 sind Ergebnisse der Orthogonalkomponenten- und Codebiasoptimierung zusammengestellt. Vorher zeigt jedoch Fig. 7.4.3-1 einen Vergleich der Fehlerraten mit und ohne Berücksichtigung der Nichtdiagonalelemente von $\underline{\Sigma}$.

Zum Testen der Konzepte diente der Datensatz von Fig. 7.2-1. Ein binärer Code mit den Werten 0 und 1 bedingt bei $N = 16$ Objektzeichen $K = 4$ Referenzzeichen. Die Codezuordnung erfolgte kanonisch, d.h. die Zeichen wurden zeilenweise von 0 bis 15 durchnummeriert und mit den binären Äquivalenten (0000) bis (1111) versehen. Der Datensatz stellte sich als linear unabhängig heraus; es traten also keine Probleme während der Referenzzeichenberechnung auf.

Für den Vergleich der Fehlerraten wurde die nichtoptimierte Lösung verwendet mit $\underline{F}_k = \underline{O}^{\#} \cdot \underline{B}_k^*$. Tabelle 7.4.3-1 zeigt die Kovarianzmatrix $\underline{\Sigma}$ für unkorreliertes, multiplikatives Objektrauschen der Stärke $\sigma_0^2 = 1$.

$k \backslash k$	1	2	3	4
1	0.97	0.32	-0.31	-0.03
2	0.32	0.97	-0.22	-0.15
3	-0.31	-0.22	0.71	-0.02
4	-0.03	-0.15	-0.02	0.30

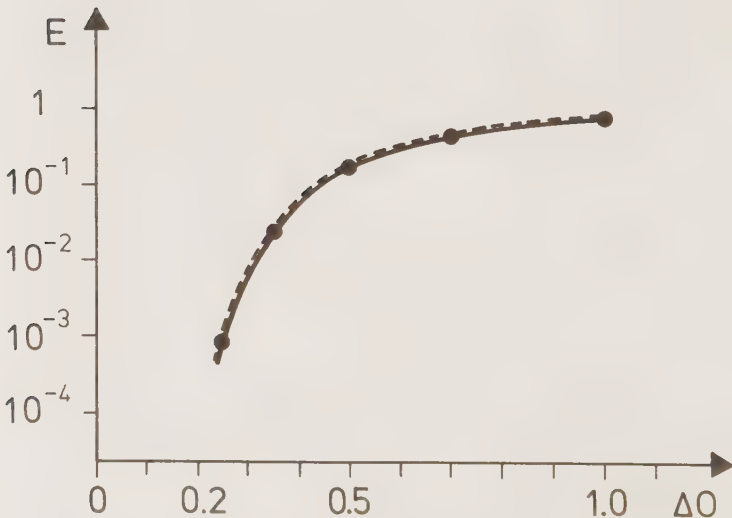
Tabelle 7.4.3-1:
Kovarianzmatrix $\underline{\Sigma}$ für unkorreliertes,
multiplikatives Objektrauschen mit Stärke 1.

Die zu erwartenden Fehlerraten wurden einerseits exakt nach Gl. (6.5-1) berechnet und andererseits nach Vernachlässigung der Nichtdiagonalelemente von $\underline{\underline{\Sigma}}$ gemäß Gl. (6.5-2) (siehe Fig. 7.4.3-1). Um eine Vorstellung der Störempfindlichkeit zu erhalten, ist die Fehlerrate über der Stärke ΔO eines gleichverteilten Rauschens aufgetragen,

$$O_{mn} \rightarrow O_{mn} (1 + \Delta O \cdot Z), \quad (7.4.3-1)$$

wobei Z für gleichverteilte Zufallszahlen im Bereich $-1 \dots +1$ steht. Die Objektvarianz lautet in diesem Fall:

$$\sigma_o^2 = \frac{1}{3} (\Delta O)^2. \quad (7.4.3-2)$$



Figur 7.4.3-1: Fehlerrate E für gleichverteiltes multiplikatives Objektrauschen um $\pm \Delta O$,

— : exakte Berechnung,

- - - : Vernachlässigung der Nichtdiagonalelemente von $\underline{\underline{\Sigma}}$.

Die gute Übereinstimmung der Fehlerraten (maximale Abweichung 5 %) rechtfertigt also nachträglich die entkoppelte Behandlung der Referenzzeichen.

Tabelle 7.4.3-2 zeigt nun die Ergebnisse der Orthogonalkomponenten- und der Codebiasoptimierung. Neben den Qualitätsgrößen $\min \{ \sigma_{nk}^2 \}$; $\max \{ \sigma_{nk}^2 \}$, $\min \{ \sigma_k^2 \}$, $\max \{ \sigma_k^2 \}$ und σ^2 wurde auch die maximale absolute Transmission der Referenzzeichen $F_{\max}$ mit aufgenommen. Dieser Wert ist von praktischer Bedeutung, da in einem realistischen System die Referenzzeichen durch ihr Maximum normiert werden müssen, um die Transmission in den physikalisch realisierbaren Bereich zwischen ϕ und 1 zu drücken. Je höher der Maximalwert liegt, desto lichtschwächer wird das System, desto kleiner werden die Meßsignale I_{nk} . Die Spalten in Tabelle 7.4.3-2 indiziert mit ϕ , V und VS bedeuten:

- ϕ : nicht optimiert, $F_k = \underline{O}^{\#} \cdot B_k^*$ nach Gl. (5.2.3-2),
V : Optimierung der Orthogonalkomponenten, $F_k = \underline{O}^{\#V} \cdot B_k^*$ nach Gl. (7.3.2-6),
VS: zusätzliche Optimierung des Codebias $F_k = \underline{O}^{\#VS} \cdot B_k^*$ nach Gl. (7.4.2-4).

		ϕ	V	VS
σ_{nk}^2	min	0.12	0.12	0.12
	max	1.61	1.56	1.41
σ_k^2	min	0.30	0.27	0.27
	max	0.97	0.93	0.92
σ^2		0.74	0.69	0.61
$F_{\max}$		0.62	0.90	0.56

Tabelle 7.4.3-2: Vergleich der Qualitätsgrößen zwischen der nichtoptimierten Lösung (ϕ), der Lösung mit Orthogonalkomponentenoptimierung (V) und zusätzliche Codebiasoptimierung (VS), für multiplikatives Objektrauschen.

Die Erfolge der Optimierungen sind nicht überwältigend, das liegt sowohl am Datensatz als auch am Rauschmodell.

Stark korreliertes Rauschen (siehe Abschnitt 8.2.) liefert größere Optimierungserfolge.

Die Algorithmen der Orthogonalkomponenten- und der Codebiasoptimierung minimieren jeweils die mittlere Varianz σ_k^2 . Bemerkenswert ist, daß auch die maximalen Einzelvarianzen σ_{nk}^2 dabei kleiner werden. Die großen Unterschiede in der Störempfindlichkeit der 4 Referenzzeichen deuten darauf hin, daß sich die Codezuordnung für manche Referenzzeichen besonders günstig, für andere besonders ungünstig auswirkt. Die Optimierung der Zuordnung wird diesen Sachverhalt verbessern. Anzumerken ist noch, daß sich die Werte von σ_k^2 min, max der Spalte ϕ in der Hauptdiagonale von $\underline{\underline{\Sigma}}$ (Tabelle 7.4.3-1) wiederfinden.

Tabelle 7.4.3-3 zeigt die vier Codebiaswerte b_k .

k	b_k
1	+ 0.21
2	- 1.15
3	- 1.00
4	+ 0.07

Tabelle 7.4.3-3:
Codebiaswerte der Optimierungs-
stufe VS.

Ein deutlicher Trend ist hier nicht erkennbar. Die Codebiaswerte der optimierten Zuordnungen (siehe Tabelle 7.5.3-4) zeigt jedoch einen eindeutigen Trend zu symmetrischen Codes.

7.5. Optimierung der Zuordnung

Hier steht man vor einem völlig anders strukturierten Problem, als in den Abschnitten 7.3. und 7.4.. Man hat die Qual der Wahl, die Codeworte den Zeichen zuzuordnen, also z.B. den Buchstabe "A" durch (0,0,0,0) oder durch (1, 0, 1, 1) zu repräsentieren. Als Qualitätsgröße findet wieder die mittlere Varianz Verwendung. An Hand ihrer Struktur

$$\sigma_k^2 = \frac{B_k}{K} \cdot \frac{Q}{N} \cdot \frac{B_k}{K} \quad (7.5-1)$$

ist es offensichtlich, daß Permutationen in den Codevektoren σ_k^2 beeinflussen. Da die Permutationen alle Referenzzeichen betreffen, wird als Qualitätsgröße $\sigma^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sigma_k^2$ verwendet. Die Aufgabe besteht nun darin, aus einer endlichen Anzahl von Permutationen, es sind $N!$, diejenige mit dem kleinsten σ_k^2 auszuwählen. Diese Aufgabe wird deshalb zum Problem, da es z.B. für $N = 32$ bereits über $2 \cdot 10^{35}$ Permutationen gibt, und es unwahrscheinlich erscheint, alle durchprobieren zu können. Mit einer angenommenen Rechenzeit von $1 \mu s$ für eine Multiplikation und Addition würden sich bei sturem Vorgehen nach Gl. (7.5-1) ca. $3 \cdot 10^{25}$ Jahre Rechenzeit ergeben. Man könnte durch geschicktes Vorgehen noch einen Faktor von ca. 10^3 einsparen, was hier jedoch nicht weiterhilft.

Da man offensichtlich nicht alle Permutationen durchrechnen kann, wurden zwei heuristische Verfahren entwickelt, die nach gewissen Konzepten einige wenige Permutationen durchspielen.

Beide Optimierungsverfahren gehen von einer Startzuordnung aus und vertauschen dann der Reihe nach jeweils zwei Codeworte (Transposition); das erste Verfahren nach einem Zufallsalgorithmus (Abschnitt 7.5.1), das zweite deterministisch (Abschnitt 7.5.2.). In Abschnitt 7.5.3. werden Ergebnisse dargestellt und diskutiert.

7.5.1. Zufallsverfahren

Von einer Startzuordnung ausgehend, werden zwei Codeworte B_{nk} und $B_{n',k}$ ($k = 1 \dots K$) herausgegriffen und vertauscht. Die Auswahl von n und n' erfolgt durch einen Zufallsgenerator, der gleichverteilte Zahlen im Intervall $1 \dots N$ liefert. Nach jeder Vertauschung entscheidet die Qualitätsgröße σ^2 , ob die Vertauschung beibehalten wird, falls σ^2 kleiner geworden ist, oder ob sie rückgängig gemacht wird, falls keine Verbesserung eintritt. Dieses Verfahren endet sehr schnell in einer Sackgasse, falls alle Transpositionen keinen Fortschritt mehr bringen. Die Zahl der erfolglosen Transpositionen, nach denen das Verfahren abbrechen ist, muß man relativ hoch im Vergleich zu allen möglichen Transpositionen ansetzen, um sicher zu stellen, keine übersehen zu haben. Es ist keineswegs gewährleistet, daß dieses Verfahren die optimale Codezuordnung erreicht, da durchaus Zuordnungen mit kleinerem σ^2 existieren können, die durch mehrere Transpositionen vom momentanen Code entfernt sind. Trotzdem liefert das Verfahren mit dem Datensatz von Fig. 7.2-1 nur geringfügig schlechtere Ergebnisse als die deterministische Optimierung.

7.5.2. Deterministisches Verfahren

Dieser Algorithmus vermeidet ein schnelles Enden in einer Sackgasse, da er in mehreren Richtungen erweiterbar ist. Man geht wieder von einer Startzuordnung aus und spielt nun alle Transpositionen durch, bevor man eine Entscheidung trifft. Die Zahl aller Transpositionen eines Codes, es gibt $\frac{1}{2} N \cdot (N - 1)$ unterscheidbare, ist noch so klein, daß man sich diesen Aufwand leisten kann. Im einfachsten Fall wird nun diejenige Transposition, die das kleinste σ^2 geliefert hat, tatsächlich vollzogen, und dieser Code als neue Ausgangszuordnung betrachtet. Abbrechen könnte man das Verfahren, falls alle Transpositionen einer gewissen Zuordnung keine Verbesserung mehr bringen.

Es hat sich jedoch gezeigt, daß nicht immer diejenigen Transpositionen mit dem minimalen σ^2 in einer Optimierungsstufe, in der nächsten die besten Ergebnisse erbringt. Man führt deshalb nicht nur die Transposition mit dem kleinsten σ^2 durch, sondern probeweise auch die mit dem zweitkleinsten, drittkleinsten, usw., und optimiert jeden Ast eine Stufe weiter. Danach kann man entscheiden, welche Transposition in der Stufe vorher die günstigste war. Die Anzahl der Äste, die man parallel verfolgen soll, stellt eine Risiko-zu-Aufwand-Frage dar. Je mehr Äste einer Stufe verfolgt werden, im Extremfall alle, desto geringer wird das Risiko, eine gute Transposition übersehen zu haben, desto größer wird jedoch der Aufwand. Eine absolute Zahl anzugeben, ab der alle günstigen Möglichkeiten erfaßt sind, ist vermutlich nicht möglich, da eine einzige Transposition σ^2 bis zu einem Faktor 2 variieren läßt.

Auch das Abbruchkriterium kann man aufweichen. Es hat sich nämlich gezeigt, daß nach Weiterlaufen des Algorithmus über einige Stufen, in denen keine Verbesserungen mehr erzielt wurden, in ein tieferes Tal vorgestoßen werden konnte. Die Anzahl der erfolglos durchzuführenden Stufen, nach denen endgültig abgebrochen wird, stellt wiederum eine Ermessensfrage dar.

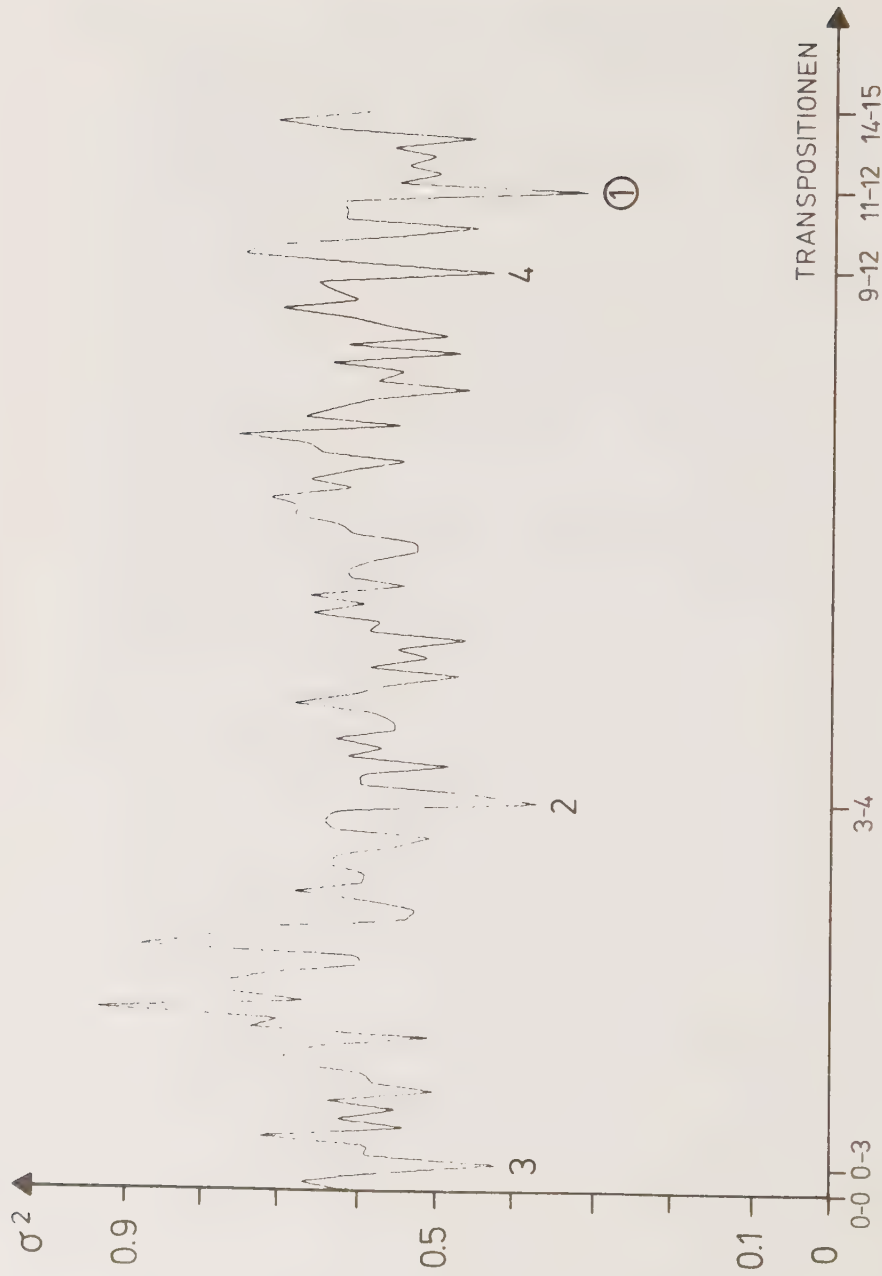
Die bisher beschriebenen Erweiterungen sind sicher nicht die einzig möglichen. Man könnte z.B. daran denken, die Verästelungen über mehr als eine Stufe weiterzuverfolgen, um ein größeres Permutationsfeld abzudecken. Eine weitere Möglichkeit wäre, von den Zweiervertauschungen abzugehen und jeweils drei- oder mehrstellige Vertauschungen durchzuführen. Die Anzahl der Möglichkeiten steigt dann jedoch beträchtlich an. Je mehr Permutationen abgedeckt werden, desto größer dürfte die Wahrscheinlichkeit sein, sich der besten Zuordnung zu nähern. Ein Grundproblem wird jedoch bleiben: auch bei noch so hohem Aufwand, abgesehen vom Durchrechnen aller Möglichkeiten, wird man nie sagen können, wie weit man vom absoluten Minimum noch entfernt ist. Ein Optimierungsalgorithmus kann jedoch trotzdem ein gewisses Vertrauen vermitteln, relativ nahe an das absolute Minimum heranzuführen, falls er mit völlig verschiedenen Startzuordnungen etwa die selben Endresultate zumindest im σ^2 , wenn auch nicht in den Zuordnungen selbst liefert. Numerische Ergebnisse sind im nächsten Abschnitt dargestellt und diskutiert.

7.5.3. Numerische Ergebnisse und Diskussion

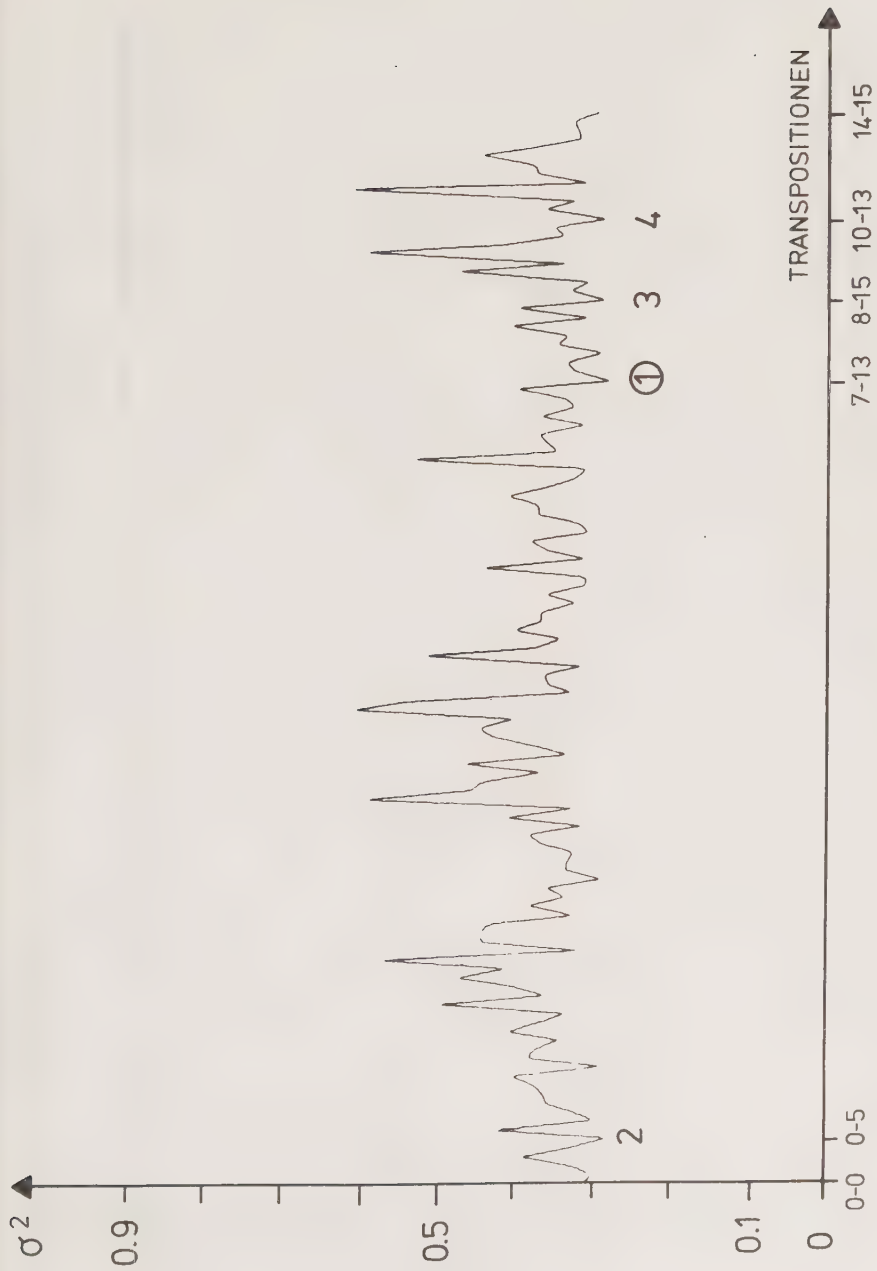
Die Optimierungsverfahren arbeiteten wieder mit dem Datensatz von Fig. 7.2-1 und dem binären Code. Um Vertrauen in die Algorithmen zu gewinnen, wurde die Optimierung mit vier verschiedenen Startzuordnungen durchgeführt, mit dem kanonischen Code $\emptyset$, und den Codes 1, 2 und 3, die durch je 16 Zufallszahlen im Bereich $\emptyset \dots 15$ entstanden. Die Dezimaläquivalente der vier Startcodes und der optimierten Codes sind in Tabelle 7.5.3-5 dargestellt. Die Berechnung der Qualitätsgröße σ^2 erfolgte gemäß Gl. (7.4.2-9), also unter der Annahme der Orthogonalkomponenten- und der Codebias-optimierung. Das deterministische Verfahren verfolgte jeweils 10 Äste, um in der vorhergehenden Stufe die Entscheidung herbeizuführen.

Die Figuren 7.5.3-1 - 7.5.3-6 und Tabelle 7.5.3-1 veranschaulichen die Arbeitsweise des deterministischen Verfahrens am Beispiel der Startzuordnung $\emptyset$. Aufgetragen sind jeweils die $\frac{1}{2} N (N - 1) = 120$ Qualitätsgrößen σ^2 aller Transpositionen einschließlich der Startzuordnung (Index $\emptyset - \emptyset$). Die vier ersten Minima sind mit Angabe der Transpositionsindizes gekennzeichnet; die Umrahmung eines Minimums bedeutet, daß diese Transposition in der nächsten Stufe das beste Ergebnis brachte und tatsächlich durchgeführt wurde. Man sieht, daß nur in der Stufe 3 der Ast 3 das beste Ergebnis lieferte, während in allen anderen Stufen immer die Transposition mit dem kleinsten σ^2 , also Ast 1, den optimalen Fortschritt bewirkten. Dieses Beispiel zeigt, daß die Zahl der Äste relativ niedrig gehalten werden kann, obwohl man sich nie sicher sein kann, ob nicht eine höhere Astnummer zu einem besseren Ergebnis führt.

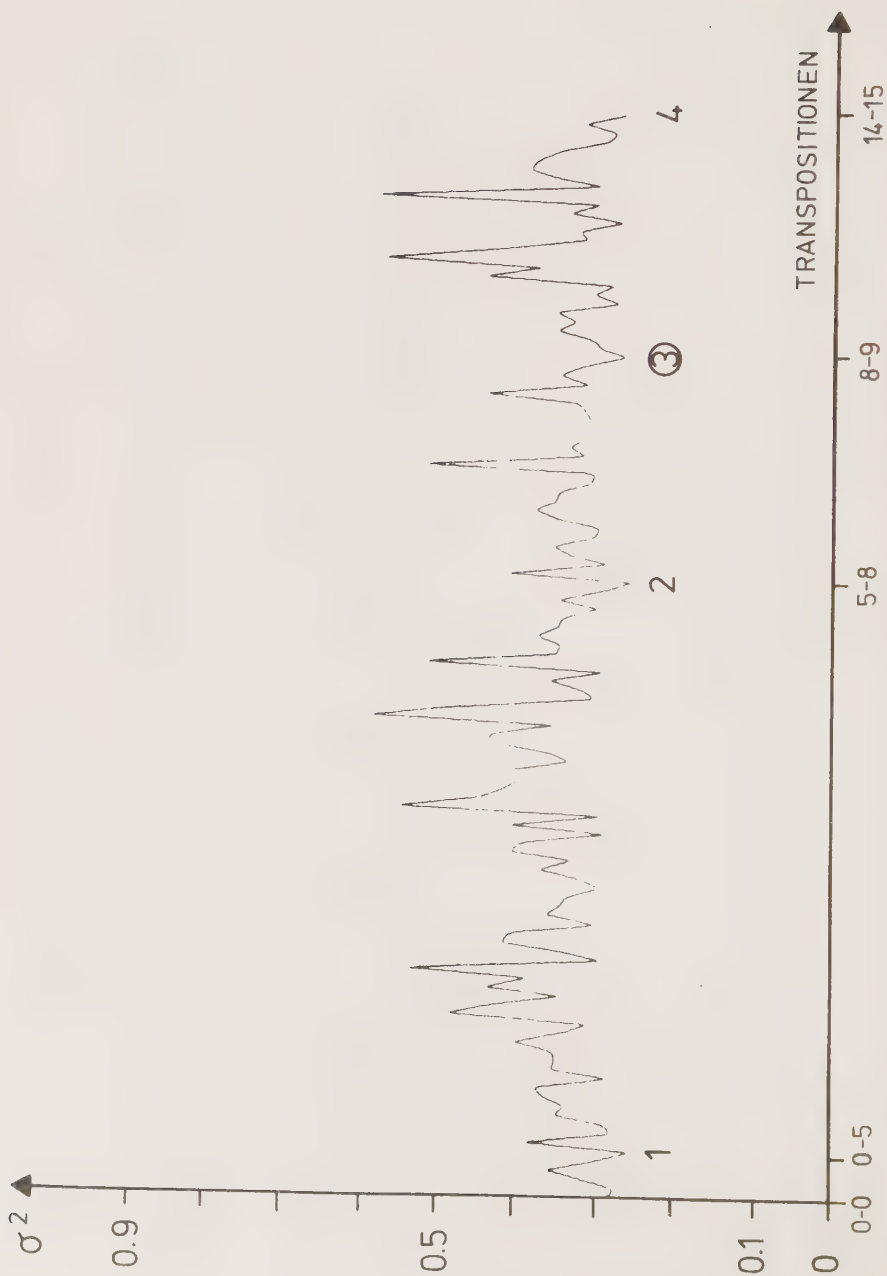
Abgebrochen wurde das Verfahren nach vier erfolglosen Stufen (Stufe 7-10), die quasi optimale Zuordnung wurde also nach nur 6 tatsächlich durchgeführten Transpositionen erreicht.



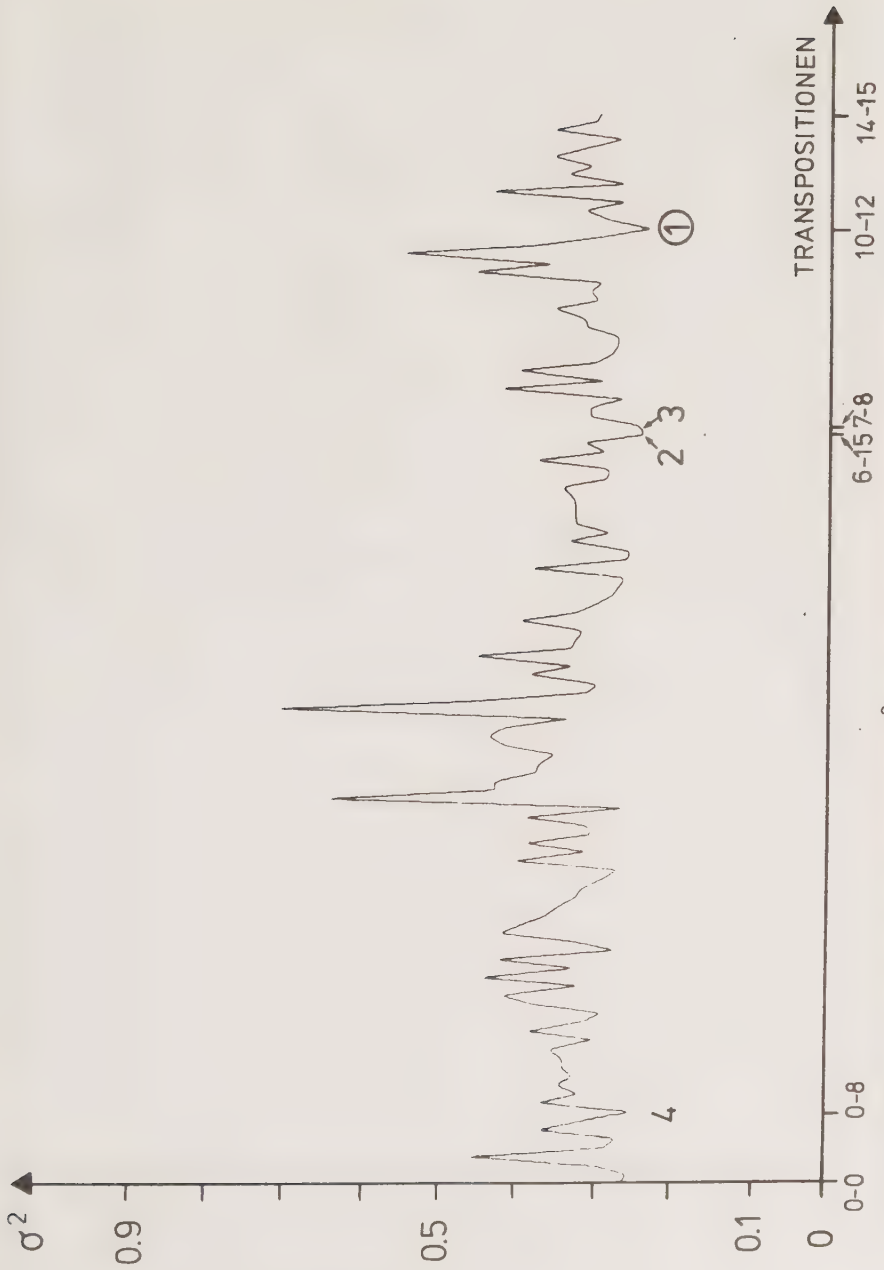
Figur 7.5.3-1: Darstellung der Qualitätsgröße σ^2 aller Transpositionen in Stufe 1.



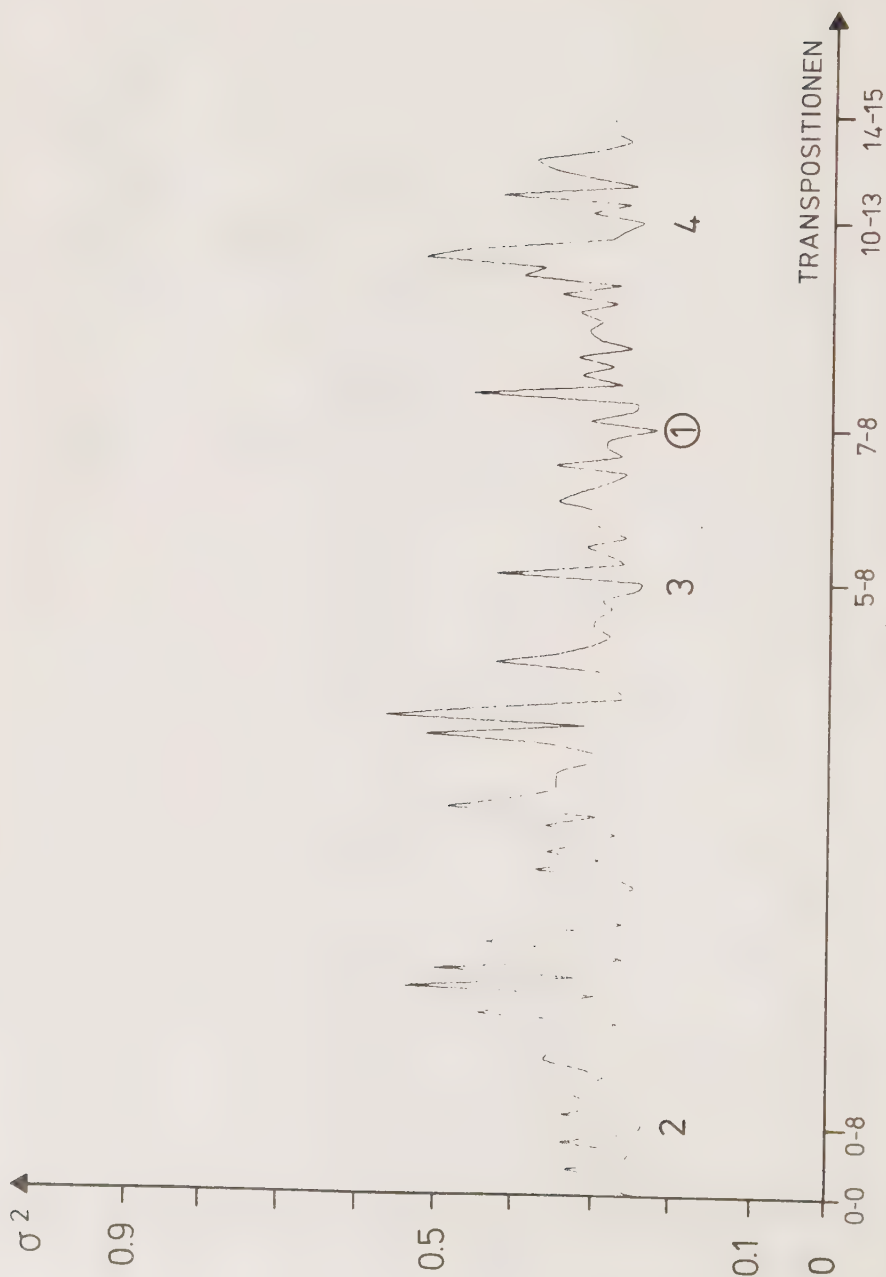
Figur 7.5.3-2: Darstellung der Qualitätsgröße σ^2 aller Transpositionen in Stufe 2.



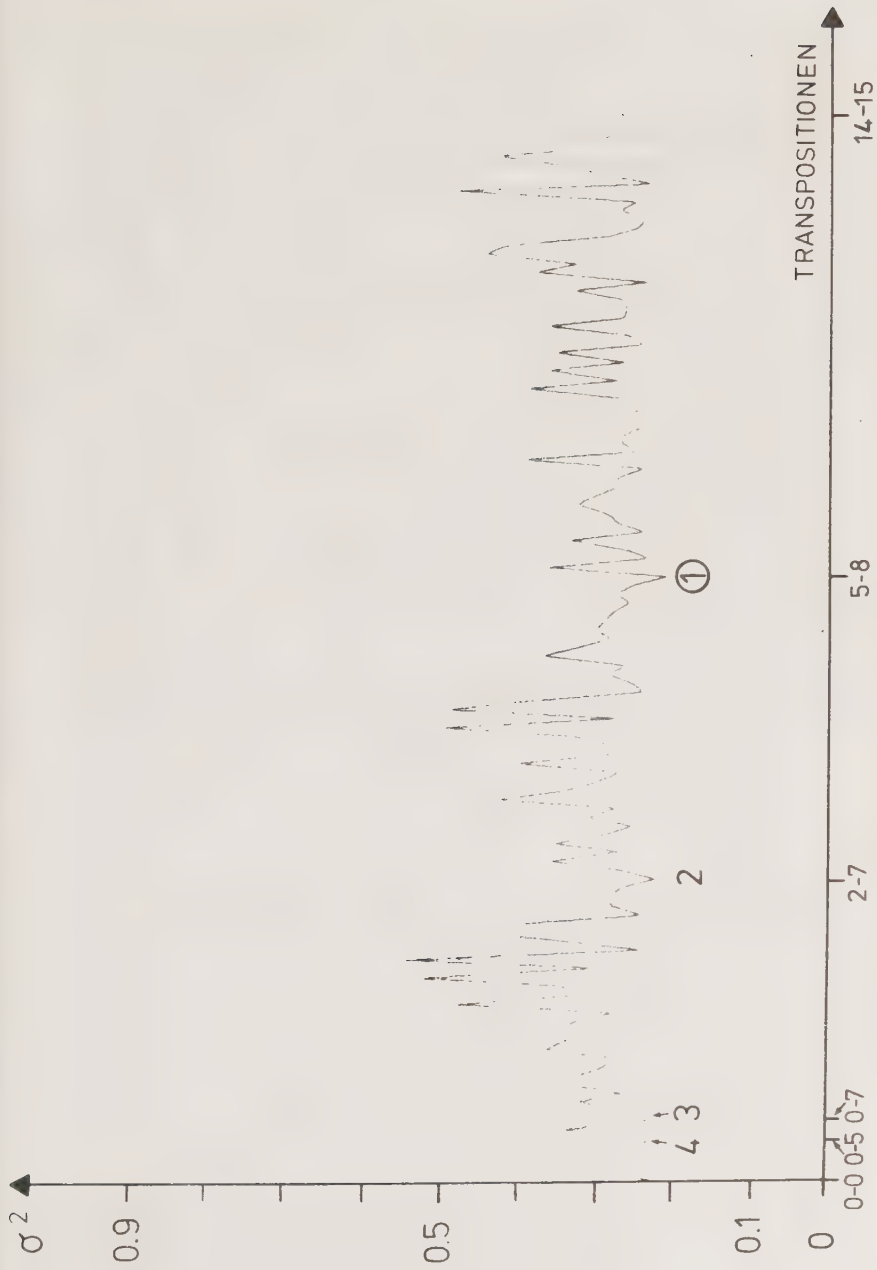
Figur 7.5.3-3: Darstellung der Qualitätsgröße σ^2 aller Transpositionen in Stufe 3.



7.5.3-4: Darstellung der Qualitätsgröße σ^2 aller Transpositionen in Stufe 4.



Figur 7.5.3-5: Darstellung der Qualitätsgröße σ^2 aller Transpositionen in Stufe 5.



Figur 7.5.3-6: Darstellung der Qualitätsgröße σ^2 aller Transpositionen in Stufe 6.

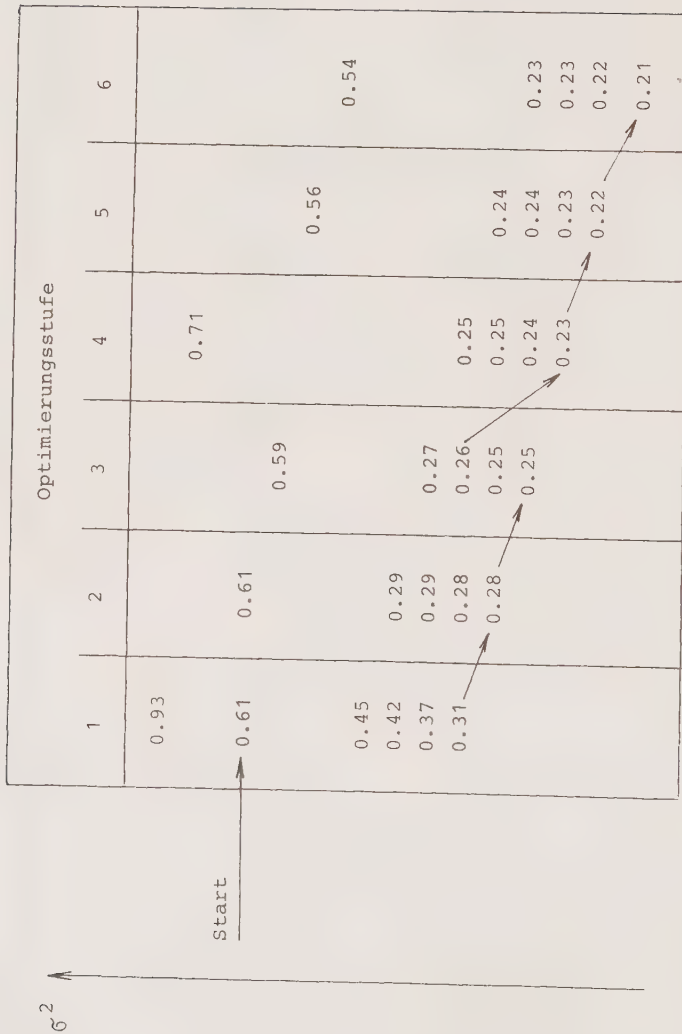


Tabelle 7.5.3-1: Zusammenstellung der ersten vier Minima und des Maximums der Qualitätsgröße σ^2 aller Transpositionen der Stufen 1 bis 6.

Die Tabelle 7.5.3-1 zeigt halb graphisch den Optimierungsfortschritt. Angegeben sind jeweils die vier ersten Minima und das Maximum von σ^2 in den 6 erfolgreichen Stufen. Man sieht an den Figuren, daß sich innerhalb einer Stufe keine Tendenz von σ^2 abzeichnet, das ist auch nicht zu erwarten, da die Reihenfolge der Transpositionen willkürlich und nicht objektbezogen ist. Zwischen den Stufen läßt sich jedoch eine gewisse Korrelation beobachten, besonders zwischen den höheren Stufen, das ist auch nicht verwunderlich, denn die Codes zweier aufeinanderfolgender Stufen unterscheiden sich ja nur um eine Transposition. Auffällig ist die große Streuung von σ^2 innerhalb einer Stufe, d.h. also, daß eine einzige Transposition die Störanfälligkeit des gesamten Systems empfindlich beeinflussen kann. Außerdem fällt auf, daß in den höheren Optimierungsstufen die Minima sehr dicht liegen, d.h. es existieren viele Zuordnungen mit fast gleichen Störempfindlichkeiten. Man kann daher nicht unbedingt erwarten, daß Optimierungen, die von verschiedenen Startcodes ausgehen, zu den selben Endcodes führen.

Tabelle 7.5.3-2 zeigt die Qualitätsgrößen nach der Zuordnungsoptimierung, ausgehend von den vier Startcodes. Die Werte sind mit denen von Tabelle 7.4.3-2 zu vergleichen.

		VS Opt. Code				Ø Desopt. Code
		Ø	1	2	3	Ø
σ_{nk}^2	min	0.03	0.04	0.03	0.06	0.37
	max	0.49	0.48	0.48	0.57	2.14
σ_k^2	min	0.13	0.10	0.16	0.15	0.97
	max	0.30	0.27	0.23	0.31	1.39
σ^2		0.21	0.19	0.20	0.21	1.09
$F_{\max}$		0.37	0.51	0.50	0.39	0.86

Tabelle 7.5.3-2:

Vergleich der Qualitätsgrößen nach der Zuordnungsoptimierung ausgehend von den Startcodes $\phi - 3$, und der Desoptimierung von Code ϕ , für multiplikatives Objektrauschen.

Man sieht, daß die Optimierung der vier Startcodes nahezu zum gleichen Ergebnis in σ^2 geführt hat, obwohl die optimierten Codes nur geringe Ähnlichkeiten aufweisen (siehe Tabelle 7.5.3-5). Weiterhin ist mit Zufriedenheit festzustellen, daß nach Optimierung von σ^2 auch die Einzelvarianzen σ_{nk}^2 und σ_k^2 kleiner geworden sind. Zusätzlich sind auch die Unterschiede der Störanfälligkeit zwischen den einzelnen Referenzzeichen kleiner geworden. Diese Tatsachen rechtfertigen nachträglich den Ansatz der globalen Qualitätsgröße σ^2 . Die Zuordnungsoptimierung bezüglich des Objektrauschens erhöhte erfreulicherweise auch die Lichtstärke des Systems, da die maximale Referenzzeichentransmission $F_{\max}$ gesunken ist.

Die letzte Spalte in Tabelle 7.5.3-2 soll demonstrieren, welchen starken Einfluß die Zuordnung auf die Störanfälligkeit ausübt. Hier wurde mit den gleichen Algorithmen nach der schlechtesten Zuordnung gesucht, ausgehend vom Startcode $\emptyset$.

Zusätzlich wurde auf die Orthogonalkomponenten- und Codebias-optimierung verzichtet. Die Fig. 7.5.3-7 veranschaulicht für den Startcode 0 die Fehlerrate der Desoptimierung, der kanonischen Zuordnung (identisch zu Fig. 7.4.3-1, und der optimierten Zuordnung. Die Fehlerrate ist wiederum über den Grenzen von gleichverteiltem Objektrauschen aufgetragen.

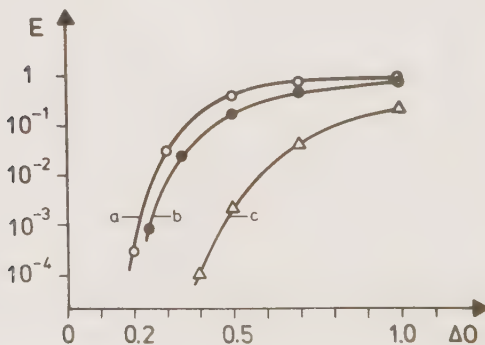


Fig. 7.5.3-7:

Vergleich der Fehlerraten E zwischen der desoptimierten a), kanonischen b), und der optimierten Zuordnung c), für gleichverteiltes multiplikatives Objektrauschen um $\pm \Delta O$.

Man sieht, daß je nach Zuordnung und Berechnungsverfahren der Referenzzeichen die mittlere Fehlerrate bei einem maximalen Objektrauschen $\Delta O = \pm 0.4$ zwischen $1.1 \cdot 10^{-4}$ und 0.15 schwankt! Über die Codezuordnung nachzudenken, lohnt sich also.

Die Zuordnungsoptimierung führte zu einer stärkeren Entkopplung der Referenzzeichen. Dies wird deutlich an den kleinen Nichtdiagonalelementen der Kovarianzmatrix $\underline{\Sigma}$ im Vergleich zu den Hauptdiagonalelementen (siehe Tabelle 7.5.3-3). Diese Relationen müssen verglichen werden mit denen von $\underline{\Sigma}$ der nicht optimierten Zuordnung (siehe Tabelle 7.4.3-1).

k \ k	k			
	1	2	3	4
1	0.30	-0.03	0.02	0.03
2	-0.03	0.20	0.01	-0.01
3	0.02	0.01	0.13	-0.03
4	0.03	-0.01	-0.03	0.20

Tabelle 7.5.3-3:

Kovarianzmatrix $\underline{\Sigma}$ für unkorreliertes, multiplikatives Objektrauschen der Stärke 1 nach der Zuordnungsoptimierung von Code ϕ .

Die entkoppelte Behandlung der Referenzzeichen ist also in noch stärkerem Maße gerechtfertigt als bisher.

Die Zuordnungsoptimierung führt außerdem zu symmetrischen Codes. Tabelle 7.5.3-4 zeigt die Codebiaswerte b_k der vier verschiedenen Codes.

k	b_k			
	Code			
	$\emptyset$	1	2	3
1	-0.14	-1.13	-0.73	-0.81
2	-0.88	-0.56	-0.94	-0.47
3	-0.63	-0.41	-0.88	-0.45
4	-0.38	-0.46	+0.02	+0.13

Tabelle 7.5.3-4: Codebiaswerte der vier optimierten Zuordnungen.

Man sieht, daß die Codebiaswerte im Mittel -0.5 betragen, d.h. die Quantisierungsstufen der Codes liegen bei etwa -0.5 und +0.5. Die Minimierung der Qualitätsgröße σ^2 verursacht eine Minimierung der absoluten Referenzzeichen-transmissionen. Der Trend zu symmetrischen Codes ist somit verständlich, da in diesem Falle minimale Ausgangsintensitäten I_{nk} erzeugt werden müssen.

Um das Verhalten des deterministischen Optimierungsverfahrens noch genauer verstehen zu können, werden sowohl die Startcodes als auch die optimierten Codes auf Ähnlichkeiten untersucht. Tabelle 7.5.3-5 gibt die Dezimaläquivalente der Codes an.

Als Ähnlichkeitsmaß zweier Codes wurde der Hammingabstand gewählt, also die Anzahl H der verschiedenen besetzten Positionen. Der Vergleich zweier Codes muß jedoch sehr vorsichtig erfolgen, da Vertauschungen von Codespalten, also Vertauschungen der Art $B_{nk} \leftrightarrow B_{nk'}$, für alle $n = 1 \dots N$, nur die Reihenfolge der Referenzzeichen vertauscht, aber nichts an der Störanfälligkeit verändert. Es existieren also in jedem Falle $K!$ verschiedene Codezuwendungen mit exakt der selben Störanfälligkeit. Als Ähnlichkeitsmaß zweier Codes wurde deshalb das minimale H aller Hamming-

Zeichen	A	B	C	D	1	4	7	9	#	&	%	*	Q	2	Y	X	Transpositionen
Startcode	$\emptyset$ 1 2 3	$\emptyset$ 7 9 12	1 10 2 10	3 15 15 8	4 13 $\emptyset$ 15	5 $\emptyset$ 11 11	6 1 6 1	7 3 13 6	8 11 3 9	9 14 10 13	10 4 12 3	11 8 1 5	12 5 1 7	13 6 8 $\emptyset$	14 9 7 4	15 12 4 14	
Optimierter Code	$\emptyset$ 1 2 3	$\emptyset$ 2 10 10	2 15 6 6	3 14 14 2	4 13 2 5	13 $\emptyset$ 3 7	6 11 15 1	9 3 11 8	5 4 9 12	8 1 $\emptyset$ 13	11 5 4 14	12 12 4 15	16 7 1 4	7 6 13 4	9 9 7 9	8 5 11 11	6 (O) 14 (1) 16 (3) 9 (O)
Desoptimierter Code	$\emptyset$	$\emptyset$	13	2	3	4	5	6	7	8	1	10	11	12	9	14	15

Tabelle 7.5.3-5: Dezimaläquivalente der vier Startcodes, der optimierten Codes und des desoptimierten Codes.

abstände zwischen dem einen Code und den $K!$ Spaltenpermutationen des anderen Codes gewählt. Tabelle 7.5.3-6 zeigt die Abstände von je zwei Startcodes, während Tabelle 7.5.3-7 die Abstände der optimierten Codes zeigt.

	$\emptyset$	1	2	3
$\emptyset$	$\emptyset$	26	26	26
1		$\emptyset$	22	28
2			$\emptyset$	28
3				$\emptyset$

Tabelle 7.5.3-6:
Minimale Hammingabstände zwischen den Startcodes $\emptyset - 3$.

	$\emptyset$	1	2	3
$\emptyset$	$\emptyset$	26	18	24
1		$\emptyset$	22	26
2			$\emptyset$	34
3				$\emptyset$

Tabelle 7.5.3-7:
Minimale Hammingabstände zwischen den optimierten Codes $\emptyset - 3$.

Die optimierten Codes besitzen im Mittel eine etwas größere Ähnlichkeit als die optimierten, der Abstand des Codes 2 - 3 wächst dagegen. Die Zuordnungsoptimierung, ausgehend von verschiedenen Startcodes, führt also nicht zu ähnlichen Endcodes, wohl aber zu fast identischen Störanfälligkeiten.

Wie unsystematisch das Verfahren arbeitet, sieht man auch daran, daß zur Optimierung des Codes ϕ nur 6 Transpositionen nötig waren, um σ^2 von 0.74 auf 0.21 zu reduzieren, während z.B. zur Optimierung des Codes 2 16 Transpositionen nötig waren, um das ursprünglich bereits niedrigere σ^2 von 0.48 auf 0.20 zu drücken. Die Zahlen in Klammern geben an, wie oft σ^2 während der Optimierung vorübergehend gewachsen ist.

Bisher wurden die Codes in keine Relation zu den Objekten gebracht. Eine Möglichkeit, das zu tun, stellt die folgende Annahme dar: Ein Referenzzeichen wird niedrigere Transmissionswerte erhalten, und damit störunempfindlicher sein, falls es auf ähnliche Objekte mit dem gleichen Ausgangssignal reagieren muß, und umgekehrt, falls es auf kleine Objektunterschiede reagieren muß. Da aber auch ähnliche Objekte klassifiziert werden müssen, sollten sich günstigere Systemeigenschaften ergeben, falls nur ein Referenzzeichen unterschiedlich reagiert, während alle anderen das gleiche Ausgangssignal liefern, als umgekehrt. Um diese Vermutung zu erhärten, wurden alle Objektpaare, es gibt $\frac{1}{2} N \cdot (N - 1)$ verschiedene, nach ihrer Ähnlichkeit sortiert und jeweils der Hammingabstand der beiden zugehörigen Codewörter berechnet. Als Ähnlichkeitsmaß diente die Korrelation, sie bewegt sich zwischen 1 und 17 für die Zeichenpaare "1 - X" und "B - C". Falls obige Vermutung richtig ist, müßten Codewörter mit kleinen Abständen im Bereich der Zeichenpaare mit hoher Korrelation angesiedelt sein und umgekehrt. Um das zu prüfen, wurden die Schwerpunkte der Hammingabstände 1, 2, 3 und 4 bezüglich der nach Ähnlichkeit geordneten Zeichenpaare bestimmt. Schwerpunkt 0.5 bedeutet Gleichverteilung, kleiner 0.5 Verschiebung in Richtung hoher Korrelation und größer 0.5 Verschiebung in Richtung kleiner Korrelation. Tabelle 7.5.3-8 zeigt die Schwerpunkte der Hammingabstände 1, 2, 3 und 4 der Codes ϕ - 3 im nichtoptimierten und optimierten Zustand.

Code	Nichtoptimierung	Optimierung	Desoptimierung
ϕ 1 2 3 4	0.47	0.39	0.47
	0.52	0.50	0.54
	0.51	0.60	0.52
	0.50	0.59	0.39
1 2 3 4	0.46	0.38	
	0.52	0.50	
	0.50	0.60	
	0.65	0.67	
1 2 3 4	0.50	0.37	
	0.50	0.51	
	0.49	0.59	
	0.58	0.66	
1 2 3 4	0.48	0.39	
	0.52	0.50	
	0.50	0.58	
	0.52	0.67	

Tabelle 7.5.3-8: Zusammenstellung der Schwerpunkte der Hammingabstände.

Man sieht, daß die Zuordnungsoptimierung eine leichte Verschiebung des Hammingabstandes 1 in Richtung hoher Korrelation, und eine Verschiebung des Abstandes 4 in Richtung kleiner Korrelation bewirkt. Im Falle der Desoptimierung läßt sich der umgekehrte Effekt beobachten. Die obige Vermutung scheint sich also zu bestätigen, daß Zuordnungen mit ähnlichen Codewörtern für ähnliche Zeichen zu günstigen Systemeigenschaften führen. Diese Vermutung mag zwar notwendig sein, sie ist jedoch keineswegs hinreichend, denn

nur eine Codeworttransposition kann die Systemqualität beträchtlich beeinflussen, während die Schwerpunkte der Hammingabstände fast unverändert bleiben. Dennoch ist hier ein Anhaltspunkt gegeben, eine günstige Startzuordnung zu wählen und zu hoffen, daß die nachfolgende Optimierung dann schnell konvergiert.

Die Zuordnungsoptimierung scheint im Augenblick nicht geschlossen lösbar zu sein; jedoch liefern die heuristischen Verfahren in Praxis zufriedenstellende Ergebnisse, die intuitiven Annahmen zumindest nicht widersprechen. Trotzdem wird es sich lohnen, dieses Problem theoretisch weiter zu durchdringen, und gleichzeitig effizientere Optimierungsverfahren zu entwickeln, da gerade die Zuordnungsoptimierung entscheidenden Einfluß auf die Störanfälligkeit des Systems ausübt.

7.6. Codebasiswahl

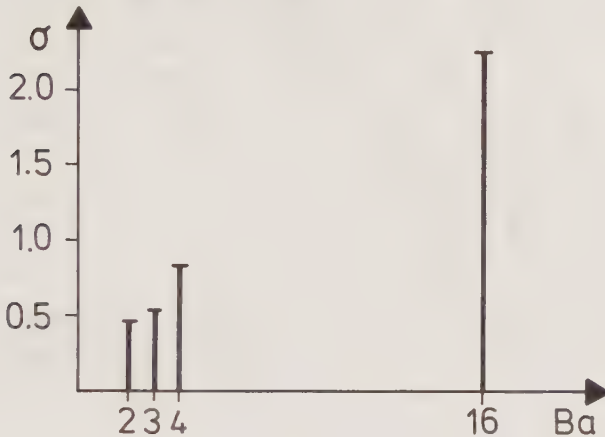
Die drei vorangegangenen Optimierungskonzepte (Abschnitt 7.3. - 7.5.) bezogen sich auf eine günstige Referenzzeichen- und Codegestaltung bei festgelegter Anzahl von Kanälen. Die Optimierungen veränderten also nicht den optischen und elektronischen Hardwareaufwand der Erkennungssysteme. Im Gegensatz dazu beeinflußt die Wahl der Codebasis den Hardwareaufwand und auch die Störempfindlichkeit.

Ein allgemeiner Code mit Ba Quantisierungsstufen (Basis Ba: $2 \leq Ba \leq N$) erlaubt, mit K Kanälen $N = Ba^K$ verschiedene Zeichen zu klassifizieren. Die beiden Extremfälle dieser nichtredundanten Codierung stellen der binäre Code (Ba = 2) dar, wobei z.B. für $N = 32$ Zeichen $K = 5$ Kanäle erforderlich sind, und der N-näre (Ba = N), bei dem nur $K = 1$ Kanal nötig ist. Wie jedoch nicht anders zu erwarten, nimmt die Störanfälligkeit mit steigender Basis zu. Bei verrauschten Signalen läßt sich eben eine binäre Entscheidung sicherer treffen, als die Einstufung eines Meßwertes in eine N-stufige Skala. Die folgende Abschätzung soll diesen Punkt noch erhärten.

Die mittlere Transmission der Referenzzeichen sei nach Normierung etwa 0.5. Unter Berücksichtigung der Positiv- und Negativkanäle wird sich I_{nk} im Bereich $\pm 0.5 \bar{O}$ bewegen. $\bar{O}$ bedeutet dabei die mittlere Gesamtintensität der Objekte. Dieser Bereich führt zu einem Abstand ξ der Ba Quantisierungsstufen von etwa $\xi = \bar{O} / Ba$. Wird das objektbedingte Rauschen σ_{nk}^2 der Meßwerte I_{nk} in dieser Abschätzung als codeunabhängig angesetzt, so nimmt das Verhältnis Quantisierungsstufe zu Rauschen $\frac{\xi}{\sigma_{nk}}$ mit etwa $1/Ba$ ab.

Figur 7.6-1 zeigt Ergebnisse für die $N = 16$ Objekte mit $Ba = 2, 3, 4$ und 16 , so daß $K = 4, 3, 2$ und 1 Referenzzeichen nötig sind. Aufgetragen ist jeweils die Qualitätsgröße σ mit festem Quantisierungsabstand $\xi = 1$, d.h. ohne Referenzzeichennormierung. Um die σ -Werte sinnvoll verglei-

chen zu können, wurde in allen Fällen die Orthogonal-komponenten-, Codebias- und Zuordnungsoptimierung durchgeführt.

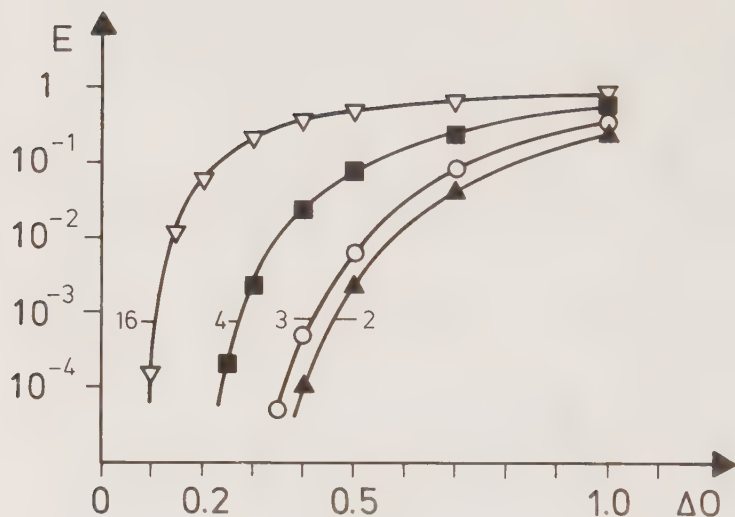


Figur 7.6-1: Vergleich der Störanfälligkeit bei verschiedener Basiswahl.

Man sieht, daß obige Abschätzung im Falle ohne Normierung $\sigma \sim Ba$ in etwa erfüllt ist.

Figur 7.6-1 muß jedoch vorsichtig interpretiert werden, da σ in etwa ein Maß für die Störanfälligkeit eines Referenzzeichens darstellt. Um ein Zeichen richtig zu erkennen, müssen jedoch alle Referenzzeichen das richtige Signal liefern. Um dies zu berücksichtigen, wurde jeweils die zu erwartende Fehlerrate berechnet (siehe Figur 7.6-2).

Obwohl im binären Fall ($Ba = 2$) maximal viel Referenzzeichen nötig sind ($K = 4$), überwiegt der Vorteil der sicheren Einzelentscheidung, so daß der binäre Code zum sichersten System führt.



Figur 7.6-2: Vergleich der Fehlerraten für die Codebasis 2, 3, 4 und 16 für gleichverteiltes multiplikatives Objektrauschen um $\pm \Delta O$.

Die Frage der Codebasis muß jeweils im konkreten Fall geklärt werden, d.h. es ist denkbar, daß man sich es bei besonders rauschfreien Zeichen leisten kann, einen mehrstufigen Code zu verwenden, um die Zahl der Kanäle zu reduzieren.

7.7. Wahl der Referenzzeichenaufspaltung

Ebenso wie die Wahl der Codebasis beeinflusst die Art der Referenzzeichenaufspaltung den Hardwareaufwand der Erkennungssysteme. In Abschnitt 5.3.1. wurden für inkohärente optische Systeme drei Arten der Aufspaltung vorgeschlagen:

- Aufspaltung jedes Referenzzeichens für sich
(2 K Kanäle) (Gl. 5.3.1-1),
- Aufspaltung in K Positiv- und in ein gemeinsames Negativreferenzzeichen (K + 1 Kanäle) (Gl. 5.3.1-2) und
- Addition eines konstanten Bias zu jedem Referenzzeichen
(K Kanäle) (Gl. 5.3.1-3).

Im folgenden wird der Einfluß der Aufspaltung auf die Störsicherheit bezüglich des Systemrauschens untersucht. Es sei nochmals betont, daß die Aufspaltungsart keinen Einfluß bezüglich des Objektrauschens ausübt.

Der Rauschterm der Referenzzeichen lautet nach Gl. (6.3-3):

$$\sigma_{nk}^2 = \sigma_n^2 \cdot \underset{=k}{C_{Fk}^a} \cdot \sigma_n^2 + \sigma_n^2 \cdot \underset{=k}{C_{Fk}^b} \cdot \sigma_n^2. \quad (7.7-1)$$

Setzt man wieder räumlich unkorreliertes und multiplikatives Rauschen an, so gilt:

$$\left(C_{Fk}^{a,b} \right)_{mm'} = \begin{cases} \sigma_F^2 F_{mk}^2 & \text{für } m = m' \\ \phi & \text{sonst.} \end{cases} \quad (7.7-2)$$

Die Qualitätsgrößen vereinfachen sich dann zu:

$$\sigma_{nk}^2 = \sigma_F^2 \sum_{m=1}^M \left(|F_{mk}^a|^2 + |F_{mk}^b|^2 \right) |O_{mn}|^2, \quad (7.7-3)$$

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_{nk}^2,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sigma_k^2,$$

dabei wurden die Gewichtungsfaktoren p_n von Gl. (7.1-1) wieder alle zu $\frac{1}{N}$ angenommen.

An Gl. (7.7-3) sieht man, daß die orthogonale Aufspaltung jedes Referenzzeichens für sich, also Art a) mit $\underline{F_k^{a+}} \cdot \underline{F_k^b} = 0$ den kleinsten Beitrag liefert, da gilt:

$$|\underline{F_k^a}|^2 + |\underline{F_k^b}|^2 = |\underline{F_k}|^2 + \underline{F_k^{a+}} \cdot \underline{F_k^b} + \text{c.c.} \quad (7.7-4)$$

Die orthogonale Aufspaltung bewirkt das Verschwinden der beiden letzten Terme von Gl. (7.7-4) und führt somit zum minimalen Beitrag, der nur noch vom fiktiven bipolaren Referenzzeichen abhängt.

Falls man die Referenzzeichen genügend exakt herstellen kann, mag es in Praxis dennoch sinnvoll sein, nicht die orthogonale Aufspaltung durchzuführen, um die Anzahl der Kanäle zu reduzieren.

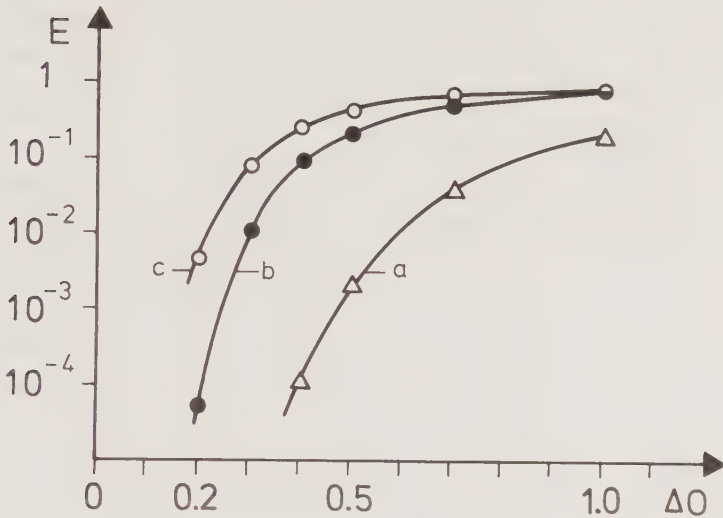
In Tabelle (7.7-1) sind die Qualitätsgrößen mit $\sigma_F^2 = 1$ für die drei Aufspaltungsarten zusammengestellt. Für die Referenzzeichen wurde der optimierte Code ϕ und die Orthogonal-komponenten- und Codebiasoptimierung verwendet. Wie bereits erwähnt, gehen bei multiplikativem Rauschen die Objekte und Referenzzeichen symmetrisch in die Rauschterme ein, so daß die Optimierung nach Objektrauschen gleichzeitig auch die Einflüsse des Referenzrauschens minimiert.

	a) (2K)	b) (K+1)	c) (K)
$\sigma_{nk}^2 \text{ max}$	0.49	2.05	3.16
$\sigma_k^2 \text{ max}$	0.30	0.95	2.10
σ^2	0.21	0.82	1.31
I_{max}	1.17	3.56	7.38

Tabelle 7.7-1:

Vergleich der Qualitätsgrößen zwischen den drei Aufspaltungsarten der Referenzzeichen für multiplikatives Referenzrauschen.

Erwartungsgemäß liefert die orthogonale Aufspaltung a) die kleinsten σ^2 -Werte, während diejenigen mit dem maximalen Bias c) auch die maximale Störanfälligkeit verursacht. Die Figur 7.7-1 zeigt die dazugehörigen Fehler-raten.



Figur 7.7-1: Vergleich der Fehlerraten zwischen den drei Aufspaltungsarten der Referenzzeichen für gleichverteiltes multiplikatives Referenzrauschen um $\pm \Delta F$.

Der maximale Meßwert $I_{\max} = \max \{I_{nk}^{a,b}\}$ gibt die erforderliche Dynamik der Detektoren an. Die absolute Meßgenauigkeit muß unabhängig von $I_{\max}$ gewährleistet sein, um die Genauigkeit des Diskriminierungssignals $I_{nk} = I_{nk}^a - I_{nk}^b$ konstant zu halten. Je höher also $I_{\max}$ liegt, desto größer muß die relative Meßgenauigkeit der Detektoren sein.

Die Aufspaltungsart b), also ein gemeinsames Negativreferenzzeichen scheint ein guter Kompromiß zu sein zwischen Störanfälligkeit und Kanalreduktion. Die Störanfälligkeit bezüglich Referenzrauschen erhöht sich zwar - dies kann durch exaktere Herstellungsverfahren ausgeglichen werden -, dafür

erhält man jedoch eine Reduktion der Kanalzahl fast um einen Faktor 2 von $2K$ auf $K+1$. Der Schritt von $K+1$ nach K (Aufspaltung c)) erscheint nicht mehr sinnvoll, da die Einsparung an Hardwareaufwand vergleichsweise gering ist, dafür jedoch die Störanfälligkeit weiter steigt und zusätzlich die Dynamikanforderungen an die Detektoren stark zunehmen.

7.8. Wahl der Samplingrate

In Abschnitt 5.3.2. wurde gezeigt, daß das Samplingtheorem kein Kriterium für die Wahl der Abtastrate liefert. Einziges Kriterium kann dann nur noch ein Kompromiß zwischen Störanfälligkeit und Aufwand sein. Die Anzahl der Samplingpunkte bestimmt nämlich einerseits die Mindestanforderung an Auflösung der optischen Systeme, also den Hardwareaufwand, und andererseits den numerischen Aufwand. Es ist wohl intuitiv klar, daß eine zu kleine Abtastrate das System unstabil macht, bzw. eine Erkennung völlig vereitelt, falls zuviel Objektinformation verloren geht. In Praxis ist es also wichtig, die Samplingrate gerade so hoch wie nötig anzusetzen; um gute Systemeigenschaften zu erhalten. Die folgenden Betrachtungen sollen helfen, diese Grenze abschätzen zu können.

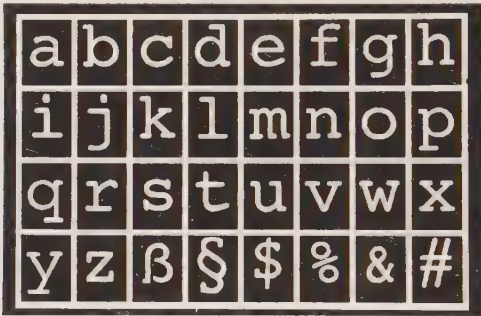
Nicht nur die Abtastrate, sondern auch die Interpolationsfunktion der Referenzzeichen $C(x)$ und die Detektorempfindlichkeitsfunktion $D(x)$ beeinflussen die Störsicherheit. Man sollte die mittlere Ausdehnung der Funktionen in etwa dem Samplingabstand anpassen. Werden nämlich die Funktionen schmaler gewählt, dann verschenkt man zwar keine Objektinformation, jedoch steigen die Schwankungen δO_{mn} relativ zum Signal O_{mn} , da über kleinere Gebiete integriert wird (siehe Gl. 6.2-5). Wählt man dagegen $C(x)$ und $D(x)$ ausgehnter als den Samplingabstand, so treten Korrelationen zwischen benachbarten Samplingpunkten auf, d.h. man könnte die selbe Information auch mit geringeren Samplingraten von den Objekten ableiten; ob diese Information dann auch noch genügend ist, bleibt dahingestellt.

In den folgenden numerischen Simulationen wird

$$C(x) * D(x) = \text{rect} \left(\frac{x}{\delta x} \right) \quad (7.8-1)$$

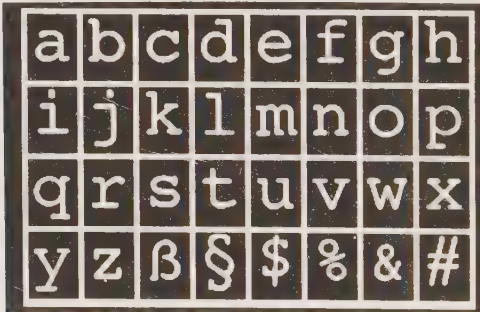
gewählt, es wird also die kombinierte Interpolationsfunktion als Rechtecksfunktion mit der Breite des Samplingabstands angesetzt. Als Datensatz dienen $N = 32$ Zeichen der Type Courier 72 einer

IBM-Schreibmaschine. Die Buchstaben wurden auf normales Briefpapier getippt, abfotographiert und mittels einem computergesteuerten Mikrodensitometer digitalisiert. Figur 7.8-1 zeigt die hartgeklippten Zeichen mit einer Auflösung von $M = 72 \times 96 = 6912$ Punkten.

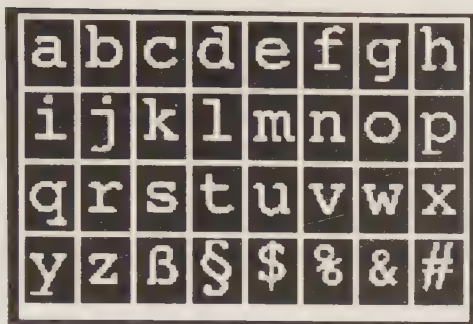


Figur 7.8-1: $N = 32$ IBM-Buchstaben der Type Courier 72 mit 72×96 Samplingpunkten.

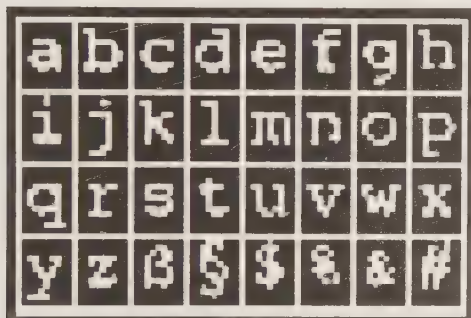
Die Auflösung wurde nun schrittweise um jeweils einen Faktor 4 bis auf 9×12 Punkten reduziert (siehe Figur 7.8-2 - 7.8-4).



Figur 7.8-2: Reduzierung der Auflösung auf $36 \times 48 = 1728$ Punkte.



Figur 7.8-3: Reduzierung der Auflösung auf $18 \times 24 = 432$ Punkte.



Figur 7.8-4: Reduzierung der Auflösung auf $9 \times 12 = 108$ Punkte.

Die Berechnung der Qualitätsgrößen erfolgte mit einem binären kanonischen Code ($K = 5$) einschließlich der Orthogonal-komponenten- und Codebiasoptimierung. Zum Vergleich der Qualitätsgrößen müssen die verschiedenen großen Integrationsgebiete der Interpolationsfunktion über die Objekte berücksichtigt werden. Gegeben seien die kontinuierliche Signal- und Rauschfunktion der Objekte $O_n(x)$ und $\delta O_n(x)$ und die dazugehörigen Abtastwerte für die Auflösung von 1728 Punkten O_{mn} und δO_{mn} , mit $\tilde{\epsilon}_{mn}^2 = \langle |\delta O_{mn}|^2 \rangle = \tilde{\epsilon}_o^2 |O_{mn}|^2$. Wird nun die Auflösung um den Faktor v reduziert, so wächst das

Integrationsgebiet der einzelnen Samplingpunkte um v . Folglich nimmt die Signalintensität ebenfalls um v zu:

$$O_{mn}^v = v O_{mn} . \quad (7.8-2)$$

Falls das Rauschen zwischen benachbarten Samplingpunkten unkorreliert ist, steigt auch die Varianz linear mit v :

$$\sigma_{mn}^{v^2} = v \sigma_{mn}^2 \quad (7.8-3)$$

Da aber gilt:

$$\sigma_{mn}^{v^2} = \sigma_o^{v^2} |O_{mn}^v|^2 \quad (7.8-4)$$

$$\text{und } \sigma_{mn}^2 = \sigma_o^2 |O_{mn}|^2$$

folgt nach Einsetzen von Gl. (7.8-4) und (7.8-2) in Gl. (7.8-3):

$$\sigma_o^{v^2} = \frac{1}{v} \sigma_o^2 . \quad (7.8-5)$$

Die letzte Beziehung besagt ganz einfach, daß das relative Rauschen nach Vergrößerung des Integrationsgebietes um mit $\frac{1}{\sqrt{v}}$ abnimmt.

Falls der Informationsgehalt der abgetasteten Objekte durch die Reduzierung der Abtastrate um v nicht beeinträchtigt wird, so ergibt sich keine Änderung des Signal-zu-Rauschverhältnisses der Meßwerte I_{nk} . Das geringere Rauschen der einzelnen Samplingpunkte kompensiert gerade die geringere Anzahl der Punkte, über die summiert wird. Das gleiche Problem läßt sich auch folgendermaßen betrachten: Die Meßsignale I_{nk} entstehen in jedem Fall als Integral über das gesamte Objektfeld. Das Sampling bewirkt nur eine Zerstückelung des Integrals in viele aneinander angrenzende Integrale, mit anschließender Aufsummierung. Man sieht daran, daß die Abtastrate keinen Unterschied in den Signal- und Rauschanteilen der Meßwerte I_{nk} verursachen

darf. Die letzte Aussage gilt jedoch nur, falls die kontinuierliche Funktion $F_k(x)$ der Referenzzeichen durch die verschiedenen Abtastraten nicht beeinflusst wird, das trifft jedoch im Falle der NRK nicht zu, da die Referenzfunktionen aus den abgetasteten Objekten berechnet werden.

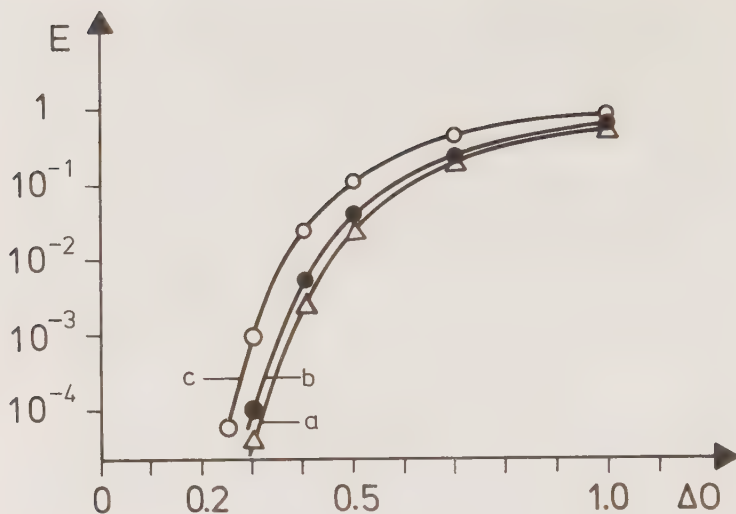
Tabelle 7.8-1 zeigt die Qualitätsgrößen bereits nach Berücksichtigung der Beziehung von Gl. (7.8-5) für die Abtastraten $M = 1728, 432$ und 108 . Die höchste Auflösung von $M = 6912$ Punkten konnte aus Speicherplatzgründen mit dem institutseigenen Minicomputer nicht durchgerechnet werden.

	$M = 1728$	$M = 432$	$M = 108$
$\sigma_{k \max}^2$	0.44	0.51	0.66
σ^2	0.34	0.39	0.54

Tabelle 7.8-1:

Vergleich der Qualitätsgrößen zwischen den Abtastraten 1728, 432 und 108 für multiplikatives Objektrauschen.

Das Anwachsen der Störanfälligkeit zu den kleineren Abtastraten hin beruht ausschließlich auf den dadurch bedingten Informationsverlust der abgetasteten Objekte. Figur 7.8-5 zeigt die zugehörigen Fehlerraten.



Figur 7.8-5: Vergleich der Fehlerraten zwischen den Abtast-raten 1728 (a), 432 (b) und 108 (c) für gleich-verteiltes multiplikatives Objektrauschen um $\pm \Delta O$.

Man sieht, daß der Informationsverlust der mittleren Abtast-rate gegenüber der hohen relativ gering ist, während die kleine Abtastrate bereits ein stärkeres Anwachsen der Fehlerrate verursacht. Paßt man die Abtastschrittweite in etwa den typischen Objektdetails an, bei Schriftzeichen in etwa der Strichdicke, so scheint ein brauchbarer Kompromiß gefunden zu sein; eine wesentlich höhere Abtastrate führt nur noch zu geringen Verbesserungen der Störanfälligkeit, während eine gröbere Abtastung das System empfindlich verschlechtern kann.

Das Samplingraster wird meist kartesisch und äquidistant gewählt. Außer Bequemlichkeitsgründen existieren hierfür jedoch im Falle der Korrelation keine Argumente. Falls aus Rechenzeitgründen die Anzahl der Samplingpunkte reduziert werden muß, ist es sinnvoll, das Samplingraster den Objekten anzupassen, sei es durch ein anderes Koordinatensystem,

z.B. Polarkoordinaten für rotationssymmetrische Objekte, oder durch ortsvariante Abtaststraten, falls die Auflösung der Zeichen über den Ort variiert. Einen Schritt in diese Richtung stellt bereits der Trick 3) aus Abschnitt 7.3.1. dar, bei dem alle Auflösungspunkte weggelassen wurden, die kein Objektsignal tragen. Die Anzahl der Samplingpunkte reduziert sich dadurch in obigem Beispiel auf 1038, 292 und 80 für die drei Auflösungen. Auch die umgekehrte Richtung ist möglich, nämlich die signaltragenden Samplingzellen zusammenzufassen. Im Falle des Zweizeichenalphabetes mit den Zeichen "O" und "Q" wären nur noch zwei Samplingzellen nötig, nämlich eine, die den ganzen Ring des Zeichens "O" umfaßt, und die andere, die den Querschnitt des "Q" wiedergibt.

All die Überlegungen zur Samplinggeometrie sollten nur zeigen, daß die Samplingstruktur zur numerischen Berechnung eines integralen Maßes wie das der Korrelation mit dem Ziel der Zeichenerkennung von vornherein beliebig ist. Sampling bedeutet hier nur, daß das Korrelationsintegral in mehrere Bruchstücke, den Samplingzellen, zerlegt wird, über die man anschließend summiert. Vermutlich können keine allgemeingültigen Rezepte für die Wahl der Form der Teilgebiete und deren Lage angegeben werden, da das letzte Kriterium immer das Kosten-zu-Leistungs Verhältnis darstellt, d.h. hier also mit welchen Rechen- und Implementationsaufwand man welche Störsicherheit erhält. Im allgemeinen wird es jedoch sinnvoll sein, die Samplinggeometrie den Eigenschaften der Zeichen anzupassen.

8. Methoden zur Erzielung von Invarianzeigenschaften

Die Gewinnung der Merkmalvektoren durch Korrelation bietet den Vorteil, daß sie mittels optischen Analogmethoden einfach und schnell realisierbar ist, besonders dann, wenn die Information bildhaft vorliegt. Die Korrelation reagiert jedoch bereits auf einfache Objekttransformationen, wie z.B. lateraler Shift, Rotation, Maßstabsveränderungen, Kontrastvariationen, Variationen innerhalb einer Klasse usw., sehr empfindlich. Für viele Erkennungsaufgaben stellt sie ein viel zu empfindliches Maß dar, da in Praxis zumindest einige der obigen Invarianzforderungen jeweils erfüllt sein müssen. Die Forderung nach Invarianzen ist identisch mit dem Problem, daß "verschiedene" Objekte, z.B. Objekte, die durch Verschieben oder Verdrehung aus einem Objekt hervorgehen, einer Klasse angehören sollen, obwohl sie große Variationsbreiten aufweisen, während sehr ähnliche Objekte, wie z.B. die Zeichen "O" und "Q", separiert werden sollen.

Im folgenden werden vier Ansatzpunkte diskutiert, um Invarianzen zu erzielen, trotz Verwendung der Korrelation zur Merkmalgewinnung:

- a) Vorverarbeitung (Abschnitt 8.1.),
- b) Dejustierungsrauschen (Abschnitt 8.2.),
- c) Aufblähen des Datensatzes (Abschnitt 8.3.),
- d) Suchen nach dem Diskriminierungssignal (Abschnitt 8.4.).

Die vier Methoden greifen an verschiedenen Stellen in die Verarbeitungskette ein:

In Methode a) wird dem Korrelator ein vorverarbeitetes Signal angeboten, das bereits die gewünschte Invarianzeigenschaft besitzt. Methode b) betrachtet Objekte einer Klasse, die für den Korrelator wegen einfacher Transformationen jedoch verschieden aussehen, als verrauschte Objekte. Die Optimierung der Referenzzeichen gemäß Kapitel 7. bezüglich dieses Dejustierungsrauschens kann zumindest partielle Invarianzeigenschaften erzielen. Methode c)

greift ebenfalls direkt an den Referenzzeichen an. Hier werden die Objekte, die einer Klasse zugehören sollen, für den Korrelator jedoch verschieden aussehen, als verschiedene Objekte behandelt; der Datensatz bläht sich dadurch auf. Methode d) berücksichtigt die Variationen der Objekte einer Klasse erst in der Auswertelogik der Korrelationssignale. Dabei wird versucht, unter mehreren Meßsignalen die "richtigen" zu finden, d.h. nur diejenige tatsächlich auszuwerten, die zu sinnvollen Interpretationen führen.

Die vier Methoden werden in den nächsten Abschnitten näher erläutert und mit numerischen Simulationen unterstützt. Dabei wird eine Lageunsicherheit der Zeichen angenommen, da die Forderung einer zumindest partiellen Shiftinvarianz wohl an die meisten Erkennungssysteme zu stellen ist, es sei denn, daß gerade die Position detektiert werden soll.

8.1. Vorverarbeitung

Die Vorverarbeitung hat die Aufgabe, die Objektsignale dem Merkmalgenerator anzupassen. Das können einerseits Transformationen sein zur Erzielung von Invarianzen, die der Merkmalgenerator von sich aus nicht besitzt, oder auch Operationen zur Erhöhung der Detektierbarkeit für einen speziellen Merkmalgenerator. In vielen Fällen bewirkt die Vorverarbeitung bereits eine Datenreduktion. Die Mannigfaltigkeit der Verarbeitungskonzepte und deren Implementation scheinen fast unbegrenzt zu sein.

Die Anforderungen an das Erkennungssystem, wie z.B. Informationsgehalt eines Zeichens, Datendurchsatz, gewünschte Störsicherheit, Robustheit usw. bestimmen zum Teil die Implementation der Operationen und damit auch die möglichen Operationen selbst. Liegt die Information bildhaft vor, und ist hoher Datendurchsatz erwünscht, so sollte die Vorverarbeitung optisch erfolgen, was jedoch die Mannigfaltigkeit der Operationen erheblich einschränkt. Für mäßigen Datendurchsatz, z.B. für die Überwachung eines Fließbandes, kann man schnelle Analogelektronik in die Verarbeitungskette einschalten, z.B. TV-Systeme. Scanning-Methoden erweitern die Verarbeitungsmöglichkeiten mit geringem zusätzlichen Aufwand beträchtlich. Die Digitalisierung der Vorlage und die digitale Verarbeitung stellt wohl das flexibelste Verfahren dar, es wird jedoch, zumindest für große Bildformate, nur einen geringen Datendurchsatz verkraften können (oder sehr teuer werden).

Im folgenden werden nur einige rein optische oder hybride Verfahren mit TV-Elektronik andiskutiert, immer unter der Randbedingung, daß die Merkmalgewinnung durch Korrelation erfolgt, so daß das Hauptinteresse auf die Erzielung von Invarianzen gerichtet ist. Die optisch realisierbaren Verfahren sind meist passiver Natur, d.h. der Verarbeitungsvorgang hängt nicht von der Objektinformation ab.

Neben der vielzitierten Fouriertransformation, deren Implementation noch genauer erläutert wird, existieren eine Reihe weiterer Transformationen, die gewisse Invarianzeigenschaften erzielen. Verzerzt man z.B. die Objektkoordinaten logarithmisch, so wird das zugehörige Powerspektrum invariant gegen Maßstabsänderungen (Mellin-Transformation /8-1/). Gibt man den Radius und den Winkel von Objektpunkten in Polarkoordinaten in einem kartesischen Koordinatensystem wieder (Polartransformation), so bewirkt eine Rotation des Objekts nur einen lateralen Shift des transformierten Objekts /8-2/.

Weitere Invarianzeigenschaften entstehen nach Auswertung von Momenten /8-7/ entweder in kartesischen Koordinaten

$$M_{nm} = \iint x^n y^m O(x, y) dx dy \quad (8.1-1)$$

oder in Polarkoordinaten mit Zernike Polynome $R_{nm}(r)$:

$$M_{nm} = \iint R_{nm}(r) e^{i m \varphi} O(r, \varphi) r dr d\varphi.$$

Lokal begrenzte Operationen können die Detektierbarkeit erhöhen, z.B. Differentiationen höherer Ordnung für flächenhafte Objekte, oder Hardclipping, um Kontrastunterschiede zu eliminieren. Es muß angemerkt werden, daß lineare Operationen keine Verbesserung bewirken können, da sie in die Referenzzeichen integriert werden können. Die Freiheitsgrade der linearen Operationen wurden in Kapitel 7. über Optimierung bereits voll ausgeschöpft.

Die Implementationsmöglichkeiten sind ebenso vielfältig als die Operationen. Ortsvariante optische Systeme /8-3/ ermöglichen die geometrischen Operationen unter Ausnutzung der vollen Parallelkapazität der Optik. Auch Differentiationen und einfache Nichtlinearitäten z.B. Betrags-

quadrat, lassen sich mit optischen Komponenten durchführen /8-4/. Für viele optische Methoden muß jedoch kohärentes Licht und damit transparente Objekte verwendet werden. Die Einschränkung der transparenten Objekte fällt weg, falls man inkohärente Methoden entwickelt, oder Scanning-Verfahren anwendet, falls nur ein mäßiger Datendurchsatz erforderlich ist. Das Scannen kann elektronisch erfolgen, z.B. durch TV-, Image Dissector-, oder Flying Spot Systeme, oder auch mit optischen Ablenkern wie z.B. durch Schwingspiegel, rotierende Prismen, akusto-optischen Ablenkern, oder auch durch holographische Scanner /8-5, 8-6/. Die Scanningmethoden ermöglichen einerseits die geometrischen Abbildungen, andererseits erlauben sie im elektronischen Teil der Signalverarbeitung beliebige Punkt-zu-Punkt Nicht-linearitäten mit geringem Aufwand durchzuführen. Logisch aktive elektronische Abtastsysteme ermöglichen z.B. mit einem Kantendetektor, besser mit einem Schwerpunktdetektor, eine laterale Justierung der Zeichen, in TV-Systemen einfach durch relative Verschiebung der Synchronisationssignale.

Im folgenden wird nun die Vorverarbeitung durch Fouriertransformation und Betragsquadratbildung näher untersucht. Zu einem Problem kann der Wegfall der Phase im Spektrum führen, da nicht nur die Lageinformation der Objekte eliminiert wird, gewünschter Effekt, sondern auch Symmetrieminformationen verloren gehen, so sind z.B. die Powerspektren von Objekten identisch, die durch Punktspiegelung auseinander hervorgehen wie die Ziffern "6" und "9". Falls nur eindimensionale Shiftinvarianz gefordert wird, kann man dieses Problem durch eine nur eindimensionale Fouriertransformation entschärfen. Geht man von reellen Objektfunktionen aus, so entstehen punktsymmetrische Powerspektren, d.h. man verliert die Hälfte an relevanten Samplingpunkten. In vielen Fällen genügt jedoch diese eingeschränkte Information noch zur eindeutigen Identifikation. Besonders angebracht scheint die Fouriertransformation als Vorverarbeitung zur

Auswertung von quasi periodischen Strukturen zu sein, z.B. zur Texturerkennung oder zur Auswertung von akustischen Signalen. Wertet man im Powerspektrum die Nullfrequenz nicht aus (DC-Stop), so wird das System invariant gegen Kontrastvariationen. Eine Kontrastverschlechterung z.B. bewirkt eine maßstäbliche Intensitätsabnahme aller Ortsfrequenzen mit Ausnahme der Nullfrequenz; die Kontrastvariation wird also auf ein elektronisch lösbares Normierungsproblem zurückgeführt.

Die Implementation der Fouriertransformation kann kohärent optisch erfolgen (siehe Abschnitt 4.2.1.), das bedingt jedoch wieder den Nachteil, daß transparente Objekte oder inkohärent zu kohärent Wandler nötig sind. Oft möchte man auch nur die Intensitätstransmission der Objekte auswerten, nicht aber ihre Phase. Da die kohärente Optik jedoch phasenempfindlich ist, verursachen zum Signal unkorrelierte Phasenstrukturen Störungen im Powerspektrum. Andererseits erlaubt diese Technik die Verarbeitung von reinen Phasenstrukturen, z.B. von biologischen Zellen.

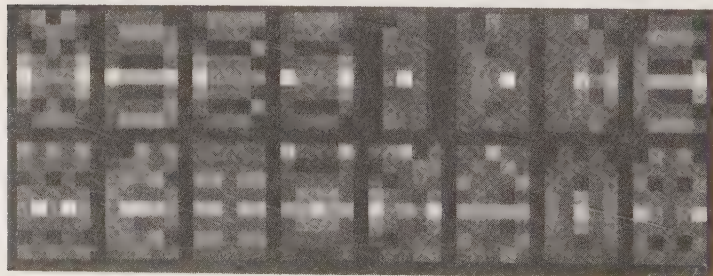
Im Rahmen der geometrisch optischen Näherung läßt sich die Fouriertransformation auch mit inkohärenter Beleuchtung /8-7/ durch Verwendung von Fresnelzonenplatten erhalten /8-8/.

Werden nur einige Fourierkoeffizienten benötigt, so erscheinen inkohärente Verfahren mit Masken in der Ortsebene brauchbar. Korreliert man das Objekt mit einem bewegten Kosinusgitter der Ortsfrequenz ν_0 , so repräsentiert der Wechselanteil des Korrelationssignals gerade die Amplitude des Fourierkoeffizienten von ν_0 . Wird in der Auswerteelektronik ein Bandpass vorgesehen, so können auch einfacher herstellbare Gitter verwendet werden, zum einen positive Funktionen, also $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos (2 \pi \nu_0 x)$, zum anderen auch Funktionen mit Oberwellen, also z.B. Rechteckgitter. Die optischen Implementationsmöglichkeiten sind vielfältig: Es kann sich das Objekt oder das Gitter bewegen, Gitter

variabler Frequenz können als Moiréemuster zweier feiner Gitter realisiert werden, das Objekt kann auch gitterförmig beleuchtet werden, z.B. durch Abbildung eines Gitters oder auch durch Interferenz zweier kohärenter gekippter ebener Wellen. Die Objekte können transparent, reflektierend oder zum Teil auch selbstleuchtend vorliegen und es wird jeweils nur die Intensitätstransmission, Intensitätsreflexion bzw. die Intensität selbst ausgewertet.

Sind die Powerspektren in Signal- und Rauschanteil bekannt, so lassen sich die Referenzzeichen mit den entwickelten Algorithmen berechnen und optimieren. Das Rauschen im Powerspektrum wird i.a. signal- und frequenzabhängig sein. Gedruckte Zeichen z.B. sind häufig an den Kanten ausgefrantzt, was sich hauptsächlich als Rauschen in den hohen Frequenzen manifestiert, während die mittleren und tiefen Frequenzen davon weitgehend unberührt bleiben.

Die numerischen Simulationen erfolgten wieder mit dem kleinen Datensatz von Fig. 7.2-1. Dabei wurde von einer in Y-Richtung ungenau positionierten Textzeile ausgegangen, so daß Shiftinvarianz in dieser Richtung gefordert werden mußte. Die Positionierung in X-Richtung nahm man vorerst als exakt an, Verfahren dazu siehe Abschnitt 8.4. Figur 8.1-1 zeigt den eindimensional transformierten Datensatz.



Figur 8.1-1: In Y-Richtung fouriertransformierter Datensatz von Figur 7.2-1.

Obwohl frequenzunabhängiges, multiplikatives Rauschen im Powerspektrum der Wirklichkeit nicht ganz angepaßt ist, wurde dieses Rauschmodell für die Optimierung der Referenzzeichen dennoch verwendet, um die Ergebnisse vergleichen zu können, siehe Tabelle (8.1-1).

	ϕ	V	VS	VS opt.
σ_k^2 min	1.68	1.23	0.90	0.30
max	4.83	3.84	3.83	0.56
σ^2	2.64	2.20	1.99	0.43

Tabelle 8.1-1:

Qualitätsgrößen für multiplikatives, unkorreliertes Rauschen im Powerspektrum der in Y-Richtung transformierten Objektdaten. Die Bezeichnungen ϕ , V und VS haben die selbe Bedeutung wie in Tabelle (7.4.3-2), während die Spalte VS opt. die Ergebnisse nach der Codezuordnungsoptimierung wiedergibt.

Man sieht, daß die Varianzen gegenüber dem nicht transformierten Datensatz (Tabelle 7.4.3-2 und 7.5.3-2) deutlich angestiegen sind. Das System ist also störanfälliger gegen Rauschen geworden, dafür wurde jedoch die völlige Shiftinvarianz in Y-Richtung erreicht.

Das Verfahren, eine Transformation durch bewegte Komponenten zu erhalten, läßt sich auch auf andere Bewegungsarten als die lineare, erweitern. Soll eine bestimmte Invarianz erreicht werden, bewegt man das Objekt (bzw. das Vergleichsgitter) in der entsprechenden Richtung und wertet die zugehörigen "Frequenzen" aus. Läßt man z.B. das Objekt oder das Vergleichsgitter rotieren, in Verbindung mit einem integrierenden Ringdetektor, so erhält man Rotationsinvarianz.

Als Vergleichsgitter würden sich "Siemenssterne" eignen, also sektorförmige Strukturen orthogonal zur Struktur des Detektors. Die umgekehrte Geometrie, also pulsierendes Objekt, Ringsystem als Vergleichsgitter und sektorförmiger Detektor liefert Maßstabsinvarianz. Die permanente Maßstabsvariation könnte man z.B. durch Änderung der Ablenkverstärkung eines TV-Systems erreichen.

8.2. Dejustierungsrauschen

Sind nur partielle Invarianzforderungen nötig, z.B. falls die Objekte zwar nicht exakt, aber innerhalb gewisser Grenzen positioniert werden können, so ist es möglich, die Referenzzeichen selbst so zu bestimmen, daß sie die Objektvariationen innerhalb einer Klasse verkraften. Man geht von einem Sollobjekt aus und betrachtet die Abweichungen, hervorgerufen durch die Objektvariationen, z.B. durch Verschiebung, als Rauschen.

Die Objektkovarianzmatrix lautet gemäß Gl. (6.2-10):

$$\begin{aligned} \underline{\underline{C}}_{O_n} &= \langle \underline{\delta O_n} \cdot \underline{\delta O_n}^+ \rangle = \\ &= \sum_{j=1}^J p_{nj} (\underline{\overline{O_n}} - \underline{O_{nj}}) \cdot (\underline{\overline{O_n}} - \underline{O_{nj}})^+, \end{aligned} \quad (8.2-1)$$

dabei stellen $\underline{O_{nj}}$ die J verschiedenen Objekte der Klasse n dar, also z.B. J diskrete Verschiebungen des Sollobjektes $\underline{\overline{O_n}}$ mit den Auftrittswahrscheinlichkeiten p_{nj} . Die Berechnung der Referenzzeichen erfolgt dann gemäß Kapitel 5. und 7., wobei versucht wird, den Einfluß von diesem deterministischen Rauschen zu minimieren. Die Optimierung kann Probleme aufwerfen, da einerseits die große M x M Kovarianzmatrix invertiert werden muß, weil i.a. Kreuzterme auftreten, und da andererseits Singularitäten vor-

handen sein können. In diesem Fall hilft der Trick 2) von Abschnitt 7.3.1., also die Addition eines kleinen unkorrelierten Rauschanteils.

Die Erzielung von partieller Shiftinvarianz durch deterministisches Rauschen wurde wieder an dem kleinen Datensatz von Figur 7.2-1 getestet, für $J = 3$ Verschiebungen in Y-Richtung um $-1, 0, +1$ Auflösungspunkt mit $p_{nj} = 1/3$. Der obere Teil der Tabelle (8.2-1) zeigt die Qualitätsgrößen des Systems bezüglich des Dejustierungsrauschens für eine binäre Codierung.

		$\emptyset$	V	VS	VS_{opt}
Dejustierung	$\sigma_k^2 \max$	0.77	0.23	0.20	0.037
	σ^2	0.45	0.12	0.11	0.028
Mul. Rauschen	$\sigma_k^2 \max$	0.97	5.94	4.45	1.71
	σ^2	0.64	3.08	2.67	1.07
$\Delta I_{\max}$	-1	0.91	0.49	0.56	0.26
	0	0	0	0	0
	+1	1.46	0.57	0.58	0.33
Richtig erkannt	-1	1	9	11	16
	0	16	16	16	16
Zeichen	+1	2	9	11	16

Tabelle 8.2-1: Qualitätsgrößen für Dejustierungs- und multiplikatives Objektrauschen. Spaltenbezeichnungen wie in Tabelle 8.1-1.

Man sieht, daß die Optimierungsprozesse die Varianzen bezüglich des Dejustierungsrauschens stark reduzieren konnten. Im Falle des deterministischen Rauschens lassen sich die Optimierungserfolge auch direkt an den Korrelationssignalen nachprüfen. Der untere Teil von Tabelle 8.2-1 zeigt die maximalen Abweichungen $\Delta I_{\max}$ der Korrelationssignale I_{nk} von den Sollwerten B_{nk} für die Verschiebungen -1, 0 und +1. Man sieht, daß die Codezuordnungsoptimierung in Verbindung mit der Orthogonalkomponenten- und Codebiasoptimierung $I_{\max}$ von 1.46 auf 0.33 drücken konnte, also auf einen Wert, der innerhalb der zulässigen Schwankungsbreite von $\pm \xi/2 = \pm 0.5$ liegt, so daß alle $N = 16$ Zeichen in den drei Y-Positionen richtig erkannt werden. Das Verfahren erreicht also eine partielle Shiftinvarianz von $3/7 = 43\%$ der Zeichenhöhe. Die Minimierung der Dejustierungsvarianz erhöht jedoch leider die Störanfälligkeit gegen unkorreliertes multiplikatives Rauschen, siehe mittler Teil von Tabelle 8.2-1.

Die Methode des deterministischen Rauschens eignet sich von ihrer Idee her natürlich nur für begrenzte Objektvariationen innerhalb einer Klasse. Das Verfahren ermöglicht jedoch neben den geometrischen Variationen auch objektspezifische in den Griff zu bekommen, z.B. Zeichenvariationen, die durch verschiedene Typensätze verursacht werden.

8.3. Aufblähung des Datensatzes

Das folgende Verfahren greift wieder direkt an den Referenzzeichen an, um gewisse Invarianzeigenschaften zu erzielen. Die Objektvariationen innerhalb einer Klasse werden im Gegensatz zu Abschnitt 8.2. deterministisch behandelt.

Die Varianten O_{nj} , $j = 1 \dots J$ der n -ten Objektklasse werden als verschiedene Objekte betrachtet, d.h. der Datensatz bläht sich von N auf JN Zeichen auf. Die Anzahl der Referenzzeichen steigt nicht, da man i.a. nur an der Klassen-

zugehörigkeit, nicht aber an der Variation interessiert ist; Objekte derselben Klasse erhalten also die gleichen Codewerte.

Getestet wurde dieses Verfahren wieder am kleinen Datensatz für die Verschiebungen von -1, 0 und +1 Auflösungspunkte in Y-Richtung. Man stößt hier jedoch für $J = 3$ Verschiebungen an die obere Grenze für J , da der aufgeblähte Datensatz mit $JN = 48$ bereits mehr Zeichen umfaßt, als Samplingzellen zur Verfügung stehen (siehe Lösbarkeitsbedingung von Abschnitt 5.2.1.). Zum Testen wurde daher einerseits die Abtastrate auf $M = 9 \times 5 = 45$ Punkte erhöht, um alle Zeichen in den drei Verschiebungen vollständig darstellen zu können, und zum anderen wurde der Buchstabe "X" aus dem Datensatz weggelassen, so daß sich $JN = 45$ Zeichen ergaben. Die Optimierung der Orthogonalkomponenten war in diesem Fall nicht mehr möglich, da keine Freiheitsgrade mehr zur Verfügung standen. Tabelle 8.3-1 zeigt die Qualitätsgrößen des Systems bezüglich unkorreliertem, multiplikativem Objektrauschen für den einfachen und expandierten Datensatz. In beiden Fällen wurde die Zuordnungsoptimierung durchgeführt.

	$J = 1$	$J = 3$
$\tilde{G}_k^2 \text{ max}$	0.91	3593
G^2	0.55	1505

Tabelle 8.3-1:
Qualitätsgrößen für unkorreliertes, multiplikatives Objektrauschen für den einfachen ($J = 1$) und den dreifach aufgeblähten ($J = 3$) Datensatz.

Man sieht, daß die Erzielung der partiellen Shiftinvarianz stark zu Lasten der Störanfälligkeit geht. Die erhöhte Instabilität des Systems äußerte sich bereits in der fast singulären Kreuzkorrelationsmatrix $\underline{Q}^+ \cdot \underline{Q}$.

Die obere Grenze der Aufblähung liegt, wie bereits erwähnt, durch die Anzahl der Auflösungspunkte fest; Probleme können jedoch bereits früher entstehen, falls lineare Abhängigkeiten im Datensatz auftreten. Das Verfahren wird gut arbeiten, wenn die Variationen speziell innerhalb einer Zeichenklasse groß sind, so daß die lineare Unabhängigkeit weiterhin gewährleistet bleibt. Es stellt somit eine Ergänzung zum vorherigen Verfahren mit den gerade umgekehrten Eigenschaften dar.

8.4. Suchen nach dem Diskriminierungssignal

Betreibt man weder Vorverarbeitung noch eine Modifizierung der Referenzzeichen, so läßt sich durch erhöhte Auswertearbeit der Korrelationssignale dennoch Shiftinvarianz erreichen.

Man sucht dabei die K Korrelationsebenen parallel ab und hofft an einer bestimmten Stelle, gemäß der momentanen Position des Objekts, die Korrelationskoeffizienten sinnvoll interpretieren zu können. Zu diesem Verfahren sind einerseits die Daten innerhalb eines gewissen Gebietes der Korrelationsebene entsprechend der Positionierungsgenauigkeiten der Objekte erforderlich, zum anderen muß aus den jeweils K Korrelationssignalen einer Stelle hervorgehen, ob es sich um ein sinnvolles Zeichen handelt; sinnvoll heißt hier, daß das Objekt aus dem Datensatz stammt und sich gerade an der äquivalenten Position in der Eingangsebene befindet. Die Erzeugung der Korrelationswerte kann optisch parallel durch spatiale Filterung oder mittels eines Schattenwurfkorrelators erfolgen, oder seriell durch Verschieben der Objekte oder der Referenzzeichen im Falle der direkten Korrelation. Die Methoden lassen sich natürlich auch bezüglich der Ortsdimensionen kombinieren, also z.B. Verschieben der Vorlage in Zeilenrichtung und parallele Auswertung senkrecht dazu.

Die Auswertestrategie der Korrelationssignale berührt hier einen wichtigen Punkt der Zeichenerkennung, nämlich die Rückweisungen von nicht aus dem Datensatz stammenden Zeichen; im Falle der Merkmalsgewinnung durch Korrelation sind das auch Zeichen, die dem eigentlichen Datensatz angehören, aber falsch positioniert sind. Man muß also Kriterien entwickeln, die es erlauben, an Hand der Korrelationssignale falsche Zeichen zurückzuweisen. Im Falle des Matched Filters kann dies relativ einfach erfolgen, z.B. durch Festsetzung einer Intensitätsschwelle: Übersteigen die Korrelationswerte des unbekannten Zeichens mit allen Referenzzeichen einen gewissen Pegel nicht, so kann es sich nicht um ein Zeichen aus dem Datensatz handeln. Im Falle der NRK-Messungen ist so ein einfaches Verfahren nicht anwendbar, da falsche (oder auch nur dejustierte) Zeichen ähnliche Korrelationswerte liefern. Im folgenden werden nun einige Möglichkeiten diskutiert, mit diesem Problem fertig zu werden.

Man kann z.B. durch mehrfache Schwellwertfestsetzung den Intensitätsbereich der Korrelationssignale in gültige und ungültige Bereiche zerlegen. Ein Zeichen wird zurückgewiesen, falls eine der K Korrelationsmessungen um mehr als δ von den Sollwerten des Codes abweicht. Dieses Verfahren würde im Falle von unverrauschten Zeichen arbeiten, da man die zulässigen Abweichungen δ beliebig klein wählen könnte. In Praxis möchte man jedoch δ relativ groß wählen, damit gültige, aber etwas verrauschte Zeichen nicht unnötig zurückgewiesen werden. Es bleibt also offensichtlich nichts anderes übrig als mehr Information von den Zeichen abzuleiten, also Redundanz in die Codierung einzuführen. Implementiert man die NRK-Messungen inkohärent, so bieten bereits die $2K$ oder $K+1$ positiven Kanäle weitere Information. Man kann also nicht nur die Differenzsignale $I_{nk} = I_{nk}^a - I_{nk}^b$ auswerten, sondern zusätzlich auch die Korrelationssignale $I_{nk}^{a,b}$ selbst. Selbstverständlich besteht die Möglichkeit, redundante Codierungen zu verwenden, also mehr Kanäle zur Identifizierung heranzuziehen, als es vom Informationsge-

halt der Zeichen nötig wäre. Dieser Schritt erhöht jedoch den optischen und elektronischen Hardware Aufwand, während die vorherigen Möglichkeiten nur die elektronische Seite berührten. Um große Dejustierungsfehler auszuschließen, erwies sich die Messung der Gesamtintensität als hilfreich, sie entspricht zwar einem zusätzlichen Kanal mit einem homogenen Referenzzeichen, verursacht aber im Vergleich zu strukturierten Referenzzeichen nur geringen zusätzlichen Aufwand.

Die bisherigen Verfahren wurden mit dem kleinen Datensatz für die vollständige Verschiebung bis zu + 6 Auflösungspunkten in Y-Richtung getestet. Die Tabelle 8.4-1 gibt jeweils die maximal zulässigen Abweichungen δ an, die eine Fehlinterpretation der Korrelationssignale gerade noch verhindern.

	K	K + 1	K + Ges.	K + 1 + Ges.
K = 4	0.13	0.17	0.27	0.27
K = 5	0.23	0.39	0.39	0.47

Tabelle 8.4-1:

Maximal zulässige Codeabweichungen, um Positionierungsfehler in Y-Richtung zu erkennen, dabei bedeuten:

- K : Auswertung der K Differenzsignale
- K + 1 : Zusätzliche Auswertung der K positiven und des gemeinsamen negativen Kanals
- + Ges : Zusätzliche Auswertung der Gesamtintensität
- K = 4 : Redundanzfreier binärer Code für N = 16 Zeichen
- K = 5 : Redundanter Code mit einem Paritybit.

Man sieht, daß die Einführung eines zusätzlichen Bits, die Auswertung der sowieso zur Verfügung stehenden Positiv- und Negativanteile und die einfach durchzuführende Messung der Gesamtintensität ein δ zuläßt, daß die obere Grenze von 0.5 bei einem Quantisierungsabstand des Codes von $\epsilon = 1$, fast erreicht. Damit ist sowohl eine einwandfreie Rückweisung vom dejustierten Zeichen, als auch die Erkennung von verrauschten Zeichen gewährleistet.

Das Risiko von Fehlentscheidungen kann noch weiter gesenkt werden, falls man die Auswerteergebnisse von verschiedenen Stellen der Korrelationsebene in Zusammenhang bringt. Ergeben z.B. die Auswertungen an zwei verschiedenen Stellen, die näher als die Zeichengröße beieinander liegen, zwei verschiedene gültige Zeichen, so muß zumindest eine Entscheidung falsch sein, falls man von räumlich getrennten Eingangszeichen ausgeht. Man wird dann diejenige Entscheidung mit den kleineren Codeabweichungen bevorzugen.

8.5. Zusammenfassung

Die vier verschiedenen Verfahren zur Erzielung von Invarianzen greifen an verschiedenen Stellen der Verarbeitungskette an. Alle vier Verfahren eignen sich zur Lösung des Justierungsproblems, dabei ist das Verfahren d) nur für dieses Problem anwendbar, während die restlichen Verfahren auch allgemeinere Invarianzanforderungen erfüllen können. Für zeichenspezifische Variationen innerhalb einer Klasse, z.B. bedingt durch verschiedene Typensätze, kommen nur die Verfahren b) und c) in Frage. Müssen mehrere Invarianzanforderungen gleichzeitig erfüllt werden, so sollte man zuerst versuchen, diejenigen in den Griff zu bekommen, die nur mit einem oder nur mit wenigen Verfahren lösbar sind, während man die restlichen Anforderungen dann mit den übriggebliebenen Verfahren erfüllen kann. Für die zweidimensionale Shiftinvarianz sind Kombinationen der

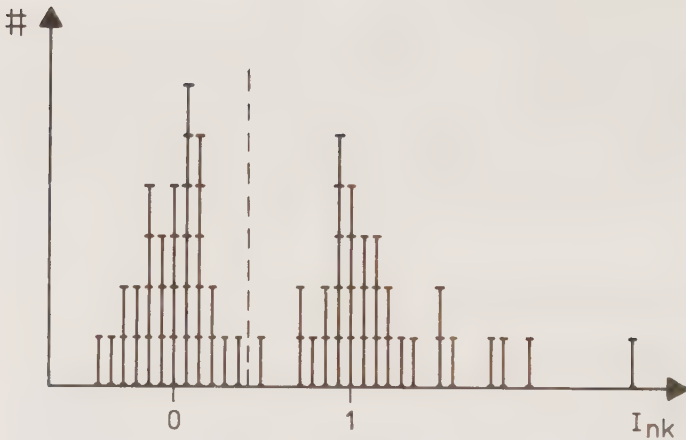
Verfahren möglich. Bewegt sich z.B. die Vorlage in einer Richtung, um die Eingangszeichen zu wechseln, so erscheint in dieser Richtung das Verfahren d) sinnvoll, während man der dazu senkrechten Richtung je nach Gegebenheit zwischen allen vier Verfahren auswählen kann. Die hier dargestellten Methoden wollen keineswegs Anspruch auf Vollständigkeit erheben, man sollte nur im konkreten Fall an verschiedene Lösungsmöglichkeiten denken.

9. Experimentelle Ergebnisse

Das folgende Kapitel beschreibt chronologisch eine Reihe von Experimenten. Dabei werden Experimente, die bereits veröffentlicht sind, nur kurz andiskutiert und in die Theorie eingereiht, während die neuesten Ergebnisse (Abschnitt 9.5.) ausführlich dargestellt werden.

9.1. Experiment mit Shiftinvarianz und spatialer Filterung

Die Zeichenerkennung mit NRK-Messungen konnte an einem Datensatz von $N = 16$ Objekten mit einer räumlichen Auflösung von 16×16 Punkten demonstriert werden /9-1/. Eine vorgeschaltete zweidimensionale Fouriertransformationseinheit mit anschließender Betragsquadratbildung ermöglichte die völlige Shiftinvarianz der Eingangszeichen. Um die experimentellen Schwierigkeiten stückweise zu lösen, begann der optische Aufbau erst nach der Vorverarbeitung, d.h. die Powerspektren der Eingangszeichen wurden digital berechnet und als Grauwerte auf fotografischem Film realisiert. Die Beleuchtung erfolgte durch eine spektral gefilterte, ausgedehnte Weißlichtquelle, um räumlich inkohärente, quasi monochromatische Verhältnisse herzustellen. Die Referenzzeichen wurden ohne jede Optimierung nach dem Algorithmus mit Linearkombinationen (siehe Abschnitt 5.2.4.) unter Verwendung eines $K = 4$ stelligen Binärcodes berechnet und orthogonal in Positiv- und Negativanteil aufgespaltet (siehe Abschnitt 5.3.1.a). Die optische Realisierung der Referenzzeichen erfolgte als Intensitätspunktbilder von numerisch berechneten und geplotteten Grauhologrammen /4-30/ in einem Aufbau nach Figur A.2-1. Alle $NK = 64$ Korrelationskoeffizienten wurden nacheinander in einem optischen Aufbau mit Hilfe eines Photomultipliers und einer Glasfaser zur Lichtaufnahme gemessen. Figur 9.1-1 zeigt das dazugehörige Histogramm der Messungen.

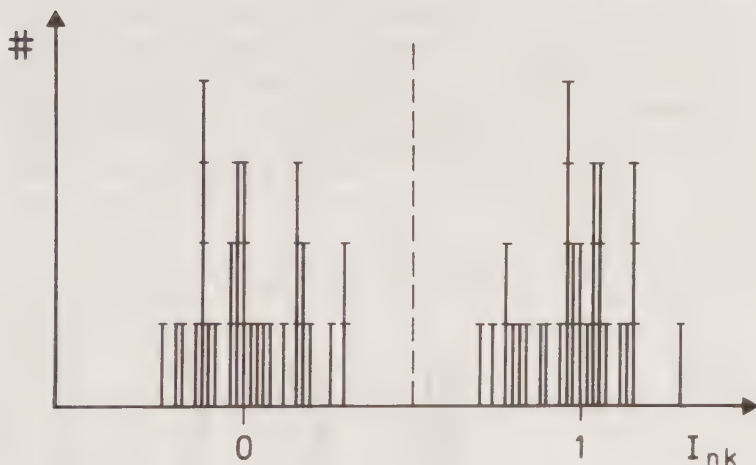


Figur 9.1-1: Histogramm der NK-64 Korrelationsmessungen

Ein Diskriminierungsniveau erlaubt es, alle Meßwerte eindeutig den Sollwerten 0 und 1 zuzuordnen, so daß eine fehlerlose Identifizierung der Zeichen an Hand ihrer Powerspektren ermöglicht wurde. Die große Schwankungsbreite der Meßwerte ist auf experimentelle Unzulänglichkeiten zurückzuführen. Probleme bereitete die exakte Einhaltung der Grauwerte in den geplotteten Powerspektren und in den spatialen Filtern. Außerdem führte die spektrale Bandbreite der Beleuchtung zu einer Verschmierung der Punktbilder. Die zulässige Grenze der spektralen Verbreiterung von einer Auflösungszelle /9-3/ war bereits teilweise überschritten.

9.2. Experiment mit selbstleuchtenden Objekten und spatialer Filterung

Dieses Experiment sollte demonstrieren, daß optische Zeichenerkennung auch mit selbstleuchtenden Objekten möglich ist /4-17/. Die $N = 16$ Zeichen von Figur 7.2-1 wurden auf einem gewöhnlichen Oszilloskopschirm rechnergesteuert erzeugt. Die Berechnung der Referenzzeichen, ihre optische Realisierung und Messung der Korrelationskoeffizienten verlief analog zum ersten Experiment. Die Verteilung der Meßwerte ist in Figur 9.2-1 dargestellt.



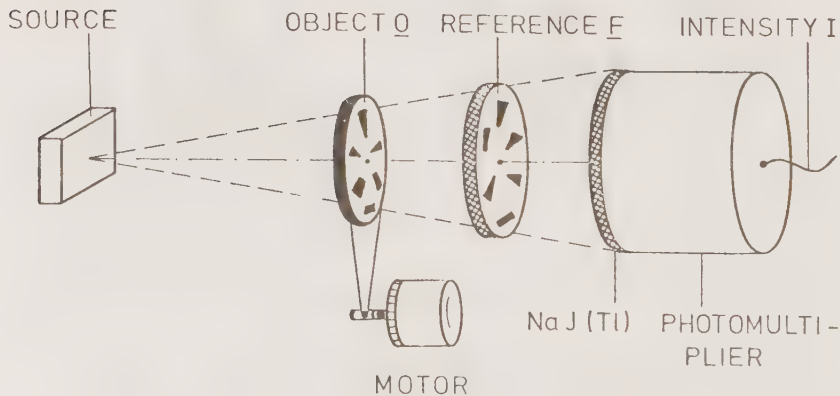
Figur 9.2-1: Histogramm der NK-64 Korrelationskoeffizienten

Ein Diskriminierungsniveau erlaubte es gerade noch, die Meßwerte eindeutig den Sollwerten zuzuordnen. Die großen Schwankungen sind auf mangelnde räumliche Homogenität des Oszilloskopschirms, auf dessen große spektrale Bandbreite und auf Ungenauigkeiten in den Grauwerten der Computerhologramme zurückzuführen. Weitere Ungenauigkeiten verursachte die Lichtmessung selbst, da das zu messende Licht

so schwach war, daß das Signal des Photomultipliers in der Größenordnung des Dunkelstroms lag. Mit einigen Maßnahmen wie z.B. genaue Ausmessung der Schirmhelligkeit, spektrale Filterung, Verwendung von lichtstärkeren Optiken und beugungswirksameren Hologrammen hätte man einen Teil der Fehlerquellen reduzieren können.

9.3. Experiment mit Röntgenstrahlen und direkter Korrelation

Zwei Funktionen kann man nach dem Schattenwurfprinzip auch ohne dispersive Elemente, wie Linsen, miteinander korrelieren, falls Beugungserscheinungen an den Strukturen vernachlässigbar sind. Im folgenden Experiment beleuchtete eine fast punktförmige Röntgenquelle die Objektmaske und die dahinter befindliche Referenzmaske (siehe Figur 9.3-1) /9-2/. Ein großflächiger Detektor integrierte anschließend über die räumliche Strahlungsverteilung.



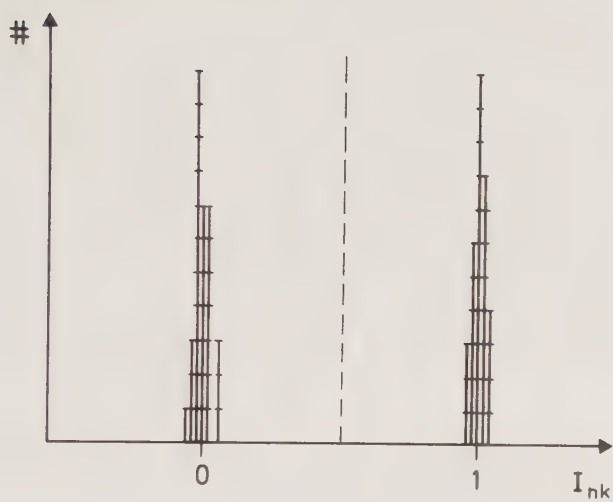
Figur 9.3-1: Aufbau zur Korrelation mit Röntgenlicht

Man sieht, daß der dreistufige Code gut wiedergegeben wurde, es entstand jedoch ein zusätzlicher Bias, der sowohl auf die nicht vollständig absorbierenden Masken, als auf Streuung an den Abschirmblechen zurückzuführen ist.

9.4. Experiment mit selbstleuchtenden Objekten und direkter Korrelation

Dieses optische Experiment verwendete wieder den Datensatz von Figur 7.2-1. Die Zeichen wurden diesmal rechnergesteuert über einen analogen Bildspeicher auf einem Fernsehmonitor dargestellt /7-1/. Die Berechnung der Referenzzeichen erfolgte unter Optimierung der Orthogonal Komponenten und des Codebias mit der Annahme eines räumlich unkorrelierten multiplikativen Rauschens. Für die Codezuordnung wurden noch nicht ganz ausgereifte Algorithmen verwendet, die jedoch fast die gleichen Ergebnisse lieferten als die in Abschn. 7.5. beschrieben. Realisiert wurden die Referenzzeichen direkt in der Ortsebene mit Hilfe einer binären Pulsweitenmodulation, um entwicklungsbedingte Grauwertschwankungen zu vermeiden. Die Korrelation erfolgte also direkt, d.h. die Zeichen auf dem Fernsehmonitor wurden auf die Referenzmasken abgebildet und das gesamte durchtretende Licht mit einem großflächigen, räumlich integrierenden Photomultiplier gemessen. Aus Lichtstärkegründen wäre die Verwendung eines Photomultipliers nicht nötig gewesen, er wurde nur aus Bequemlichkeitsgründen verwendet, da das Interfaceproblem zum Minicomputer bereits gelöst war. Figur 9.4-1 zeigt wiederum das Histogramm aller Korrelationsmessungen.

Die deutliche Annäherung der Meßwerte an die beiden Sollwerte in Vergleich zu den bisherigen Messungen beruht sowohl auf der numerischen Optimierung als auf dem problemlosen Meßverfahren, leider sind die beiden Einflüsse nicht mehr zu trennen.



Figur 9.4-1: Histogramm der $NK = 64$ Korrelationsmessungen

9.5. Experiment mit realistischen Zeichen und direkter Korrelation

Alle bisherigen Experimente sind eigentlich nur als Studien aufzufassen, die demonstrieren sollten, daß Zeichen-erkennung mit NRK-Messungen im Prinzip möglich sind. Die Experimente waren mindestens in zwei Hinsichten realitätsfern; einerseits wurden die Eingangszeichen synthetisch erzeugt und mit möglichst wenig Rauschen den optischen Systemen angeboten und andererseits erfolgte die Justierung der Eingangszeichen gegenüber den Detektoren bzw. den Referenzzeichen jeweils per Hand optimal.

9.5.1. Numerische Vorbereitung

Das folgende Experiment verwendete realistische Zeichen, nämlich die $N = 32$ auf Papier getippten Buchstaben von Fig. 7.8-1. Codiert wurden die Zeichen mit einem redundanzfreien $K = 5$ stelligen Binärcode, also bezüglich der Codebias die störunempfindlichste Codierung. Für die Berechnung der Referenzzeichen lag die räumliche Auflösung von 24×18 Punkten je Zeichen (siehe Fig. 7.8-3) zugrunde, die einem Kompromiß zwischen Störsicherheit und Rechen- und Plottaufwand darstellt. Die Optimierung der Orthogonalkomponenten, des Codebias und der Codezuordnung erfolgte nach den beschriebenen Algorithmen von den Abschnitten 7.3.2, 7.4.2 und 7.5.2 und der Annahme eines räumlich unkorrelierten, multiplikativen Objektrauschens. Die Tabelle 9.5.1-1 zeigt die Qualitätsgröße σ^2 und die minimale und maximale Referenztransmission.

σ_{nk}^2	min max	0.009 0.11
σ_k^2	min max	0.040 0.059
σ^2		0.047
F	min max	-1.61 +1.45

Tabelle 9.5.1-1: Qualitätsgrößen für unkorrelier-
tes, multiplikatives Objektrauschen

Die Zuordnungsoptimierung konnte also die Gesamtgröße σ^2 von $0.39/4 = 0.097$ (siehe Tabelle 7.8-1, $M = 432$) auf 0.047 drücken. Die Division durch 4 des Wertes von Tabelle 7.8-1 ist nötig, da diese Werte an die Auflösung von $M = 108$ angepaßt sind, siehe Gl. (7.8-5). Die Tabelle 9.5.1-2 zeigt die Dezimaläquivalente des optimierten Codes.

Zeichen	a b c d e f g h i j k
Dez.äquivalent	0 23 3 5 2 7 13 22 9 12 26
Zeichen	l m n o p q r s t u v
Dez.äquivalent	11 8 16 1 20 4 27 18 19 17 21
Zeichen	w x y z B \$ % & #
Dez.äquivalent	29 24 28 25 31 14 15 30 10 6

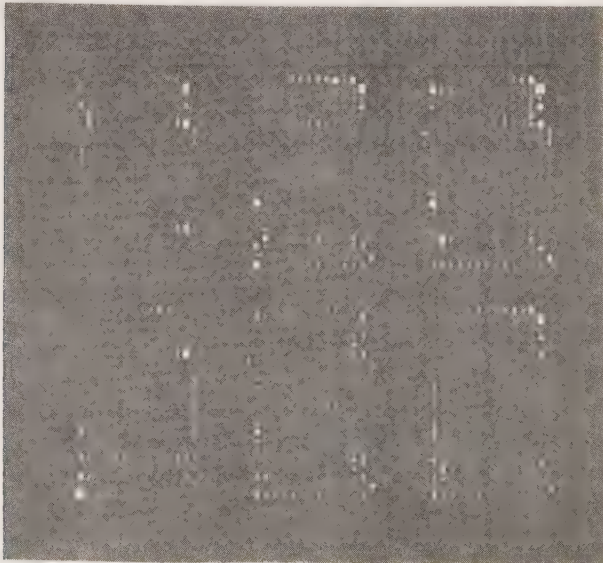
Tabelle 9.5.1-2: Dezimaläquivalente des zuordnungsopti-
mierten Binärcodes

Die optimalen Codebiaswerte, siehe Tabelle 9.5.1-3 zeigen wieder die Tendenz zum symmetrischen Code um Null.

k	Codebias
1	- 0.95
2	- 0.31
3	- 0.24
4	- 0.42
5	- 0.38

Tabelle 9.5.1-3: Optimale Codebiaswerte

Um mit wenig optischen Parallelkanälen auszukommen, wurde die Aufspaltungsart b) von Abschnitt 5.3.1. gewählt, also die mit einem gemeinsamen Negativzeichen.



Figur 9.5.1-1: Normierte Referenzzeichen in Pulsweitenmodulation,

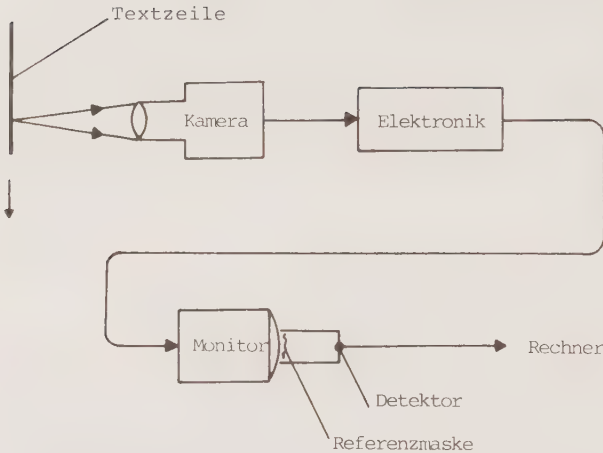
Reihenfolge: F_1^a F_2^a F_3^a
 F_4^a F_5^a F^b .

Diese Aufspaltung erhöhte die maximale positive Transmission der Referenzzeichen auf 2.92, so daß man auf diesen Wert normieren mußte, um in den realisierbaren Bereich zwischen 0 und 1 zu gelangen. Die Figur 9.5.1-1 zeigt die normierten $K + 1$ Referenzzeichen in binärer Pulsweitenmodulation, mit je 10×10 Elementarschritten pro Auflösungszelle, um eine Grauwertrepräsentation mit einer Genauigkeit von 1 % zu erhalten.

9.5.2. Experimenteller Aufbau und Durchführung

Das Experiment mit den Schreibmaschinenbuchstaben sollte nicht nur realistisch bezüglich der Zeichen selbst sein, sondern auch bezüglich der Positionierung. Es wurde versucht, das Justierungsproblem erst in der Auswerteeinheit der Korrelationssignale gemäß Abschnitt 8.4. zu lösen. Man mußte also zumindest in dem Gebiet der Korrelationsebene, das der Lageungenauigkeit der Zeichen entspricht, alle Korrelationskoeffizienten messen. Die spatiale Filterung würde sich zur Bereitstellung der Korrelationskoeffizienten zwar eignen, es wäre dann aber zumindest im Laborstadium eine Abtastung nötig, um die Daten seriell im institutseigenen Minicomputer weiterverarbeiten zu können. Da man außerdem die bekannten Schwierigkeiten der spatialen Filterung vermeiden wollte, geschah die Korrelation direkt in der Ortsebene. Eine Dimension der gegenseitigen Verschiebung von Objekt und Referenzmasken ergab sich bereits durch den Weitertransport der Textvorlage in Zeilenrichtung. Die Verschiebung in der dazu senkrechten Richtung, um Positionierfehler in der Zeilenhöhe tolerieren zu können, geschah elektronisch, siehe unten.

Die Figur 9.5.2-1 zeigt den experimentellen Aufbau.



Figur 9.5.2-1: Aufbau eines Zeichenerkennungssystems mit direkter Korrelation unter Einbeziehung einer Fernsehübertragungskette

Es sei vorausgeschickt, daß die Einschaltung von Fernsehsystemen in die Verarbeitungskette die Datenrate erheblich reduziert, da im günstigsten Fall jeweils ein Vollbild, also $1/25$ sec pro Meßwert abgewartet werden muß. Für die Schriftzeichenerkennung ist das viel zu langsam, besonders dann, wenn wegen der Lageunsicherheit der Zeichen mehrere Korrelationskoeffizienten nötig sind. Die Entscheidung, trotzdem Fernsehsysteme im Laborstadium zu verwenden, beruht auf mehreren Gründen, die im Folgenden noch klar werden.

Eine Textzeile mit allen 32 Buchstaben wurde vor der Fernsehkamera mit einem rechnergesteuerten Schrittmotor entlanggefahren, so daß jedes Zeichen nacheinander in einer Größe von etwa 12×9 cm in der Mitte des Monitorschirmes erschien. Die dazwischengeschaltete Elektronik-

einheit ermöglichte eine Kontrastumkehrung mit anschließendem hardclipping, um die Auswirkungen von Inhomogenitäten der Beleuchtung, des Papiers, des Drucks und des Kameratargets zu reduzieren. Die Elektronikeinheit erlaubte es außerdem, rechnerkontrolliert die Zeilensynchronimpulse des Videosignals gegenüber dem Bildinhalt zu verzögern, um eine elektronische Verschiebung des Bildes auf dem Monitor in Zeilenrichtung zu ermöglichen. Eine Drehung der Kamera um 90° um ihre Längsachse sorgte für das vertikale Durchlaufen der Zeichen über den Monitor, so daß die zweidimensionale Verschiebung der Zeichen auf dem Schirm gewährleistet war. Die Korrelation erfolgte einfach durch direktes Aufbringen der Referenzmasken auf dem Monitorschirm. Das durchtretende Licht wurde aus Kompatibilitätsgründen mit einem Photomultiplier gemessen, der die Daten direkt an den Minicomputer weitergab.

Das Fernsehsystem verursachte neben den angenehmen Eigenschaften wie problemlose lichtstarke Vergrößerung, Kontrastumkehr, hardclipping und Bildverschiebung auch einige Schwierigkeiten. So war z.B. der Vergrößerungsfaktor in horizontaler und vertikaler Richtung etwas unterschiedlich. Die Referenzzeichen mußten also mit verschiedenen Maßstabsfaktoren in den beiden Richtungen hergestellt werden. Die Größenanpassung erfolgte mit dem Zeichen "§" für die Höhenausdehnung und mit "m" für die Breite. Realisiert wurden die Referenzmasken mittels eines rechnergesteuerten Photomationsystems direkt auf fotografischen Film. Eine anschließende Kontaktkopie konnte den Kontrast der Masken auf über 1 : 1000 anheben.

Die Messung des vom Bildschirm emittierten Lichtes erwies sich ebenfalls als etwas problematisch. Theoretisch mußte man die am Detektor ankommende Lichtintensität über $n = 1, 2, 3 \dots$ Vollbildzyklen zeitlich aufintegrieren, um wegen des zeilenförmigen Schreibens der Bildinformation auf dem Schirm jeden Punkt den gleichen Gewichtungsfaktor zuzuordnen. Dieser Aufwand, das Detektorsignal synchron zum Bildzyklus zu integrieren, wurde jedoch ge-

scheut, statt dessen sorgte ein einfaches RC-Netzwerk für eine Tiefpaßfilterung des Detektorsignals. Um zumindest den Halbbildwechsel mit der Folgefrequenz von 50 Hz mit einer Genauigkeit von 1 % auszuintegrieren, wäre eine Zeitkonstante von ca. 2 s nötig gewesen, das bedeutet aber, daß man nach einem Signalwechsel etwa 9 s lang hätte warten müssen, bis das tiefpaßgefilterte Signal dem neuen Idealwert bis auf 1 % Abweichung nachgelaufen wäre. Um eine tragbare Meßfolgefrequenz von 1 Hz zu erreichen, wurde die Zeitkonstante auf ca. 0.2 s verkürzt. Der auf etwa 10 % angestiegene 50 Hz-Rippel konnte durch numerische Mittelung des Signals über genau eine Periode von 20 ms eliminiert werden. Das tiefpaßgefilterte Signal des Photomultipliers wurde mit einer Datenrate von 8 kHz digitalisiert; die Mittelung mußte sich also über jeweils 160 Werte erstrecken. Man beachte, daß eine Synchronisation des Startzeitpunktes des jeweils ersten Wertes mit dem Fernsehakt nicht nötig ist.

Zur Justierung der Textzeile und der Referenzzeichen auf dem Bildschirm diente das zusätzlich getippte Zeichen "\$" am Anfang und am Ende des Textes. Zuerst wurde die Zeile so positioniert, daß der erste "\$" in der Mitte des Bildschirms erschien. Mit Hilfe der zusätzlichen geplotteten Maske "\$" im Maßstab der Referenzzeichen konnte die genaue Position am Bildschirm markiert werden. Die Textzeile wurde nun solange verschoben, bis das abschließende Zeichen "\$" an genau der gleichen Stelle auf dem Monitor erschien. Somit war der Abstand zwischen je zwei Zeichen in Schrittmotoreinheiten bekannt, falls man eine äquidistante Positionierung der Zeichen annahm. Die Referenzmasken wurden nun statt der "\$" Maske an genau dieselbe Position aufgebracht. Um im Laborstadium dieses Experiments nicht ständig die Referenzmasken wechseln zu müssen, wurden jeweils die Korrelationskoeffizienten aller Zeichen mit einer festen Referenzmaske bestimmt und dann erst die Maske gewechselt. Die Genauigkeit des Schrittmotors von 3 μ m gewährleistete die exakte Reproduktion

der Positionen der Objekte. Es ist völlig klar, daß man in einem realistischen Experiment alle $K + 1$ Korrelationen parallel ausführen würde. Die Realisierungsmöglichkeiten sind vielfältig. Man könnte z.B. 6 Monitore verwenden, oder die Zeichen mehrfach auf einem Monitor darstellen, z.B. durch kaleidoskopähnliche Spiegelsysteme oder durch Phasengitter vor der Kameraoptik, oder durch elektronische Vervielfachung. Man könnte auch ein Zeichen auf dem Monitor durch mehrere Abbildungssysteme, oder mit einem Abbildungssystem und Bildvervielfachern (z.B. Phasengittern) mehrfach wiederholen. Um eine gewisse Lageungenauigkeit der Zeichen tolerieren zu können, wurden pro Objektzeichen und Referenzmaske 5×5 Verschiebungen des Objekts in beiden Richtungen um den vermuteten Mittelpunkt ausgeführt, mit einer Schrittweite von einer halben Auflösungszelle.

Wie bereits angeklungen ist, übernahm der Minicomputer die vollständige Steuerung des Experiments: er positionierte die Textzeile mit dem Schrittmotor, verschob elektronisch das Monitorbild in der dazu senkrechten Richtung und nahm die Meßwerte auf.

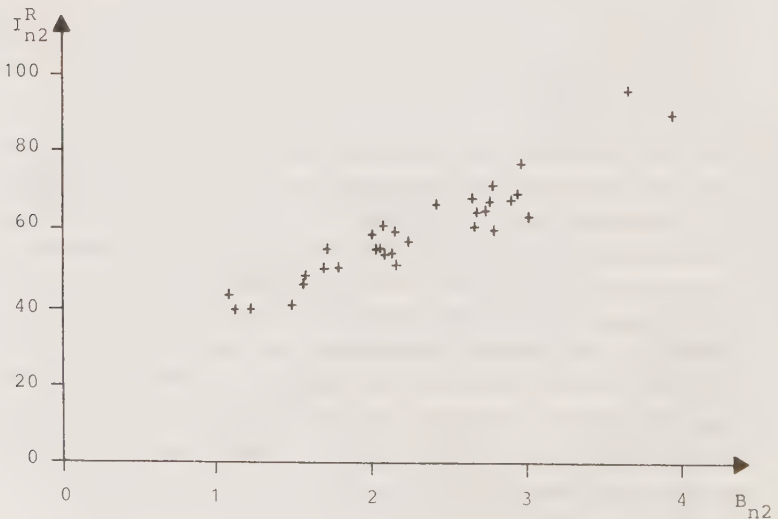
9.5.3. Auswertung

Die Interpretation der Meßwerte gestaltete sich schwieriger als ursprünglich angenommen. Das lag am Zusammentreffen der nicht perfekten Darstellung der Zeichen auf dem Monitorschirm und an den nicht perfekten Referenzmasken und an dem statistischen Positionierungsfehler der Scheibmaschine. Für das Experiment wurde nämlich die Textzeile neu getippt, Trainings- und Testensemble waren für das Zeichenerkennungssystem also nicht identisch.

Die Hintergrundhelligkeit o des Monitorschirms und die Restdurchlässigkeit f_k der Masken in den schwarzen Bereichen führten zu einem konstanten und zeichenabhängigen Bias in den Meßwerten I_{nk}^R :

$$\begin{aligned}
 I_{nk}^R &= a_k \int (O_n(x) + o) \cdot (F_k(x) + f_k) dx = & (9.5.3-1) \\
 &= a_k \int O_n(x) F_k(x) dx + a_k \int (o F_k(x) + o f_k) dx + \\
 &\quad + a_k \int O_n(x) f_k dx = \\
 &= a_k I_{nk} + b_k + c_k \int O_n(x) dx .
 \end{aligned}$$

Außerdem war der Normierungsfaktor a_k unbekannt, in dem die Absolutheitlichkeit des Monitorschirmes, die Verstärkung des Photomultipliers und die Art der Digitalisierung eingehen. Die Figur 9.5.3-1 zeigt eine Auftragung der N Meßwerte I_{n2}^{aR} gegenüber den Sollwerten B_{n2}^a . Im Idealfall sollten alle Wertepaare auf einer Geraden liegen, die durch den Ursprung geht. Der Positivanteil des Referenzzeichens 2 stellt einen typischen Vertreter der 6 Masken dar, bei manchen war die Streuung der Wertepaare etwas geringer, bei anderen etwas größer. Diese Darstellung bezieht sich jeweils auf den zentralen Korrelationskoeffizienten im 5 x 5 Feld, also auf die erwartete Sollage der Zeichen.



Figur 9.5.3-1: Auftragung der Meßwerte gegen die Sollwerte für den Positivanteil der zweiten Referenzmaske.

Die Anpassungsfaktoren a_k , b_k und c_k wurden nun so gewählt, daß die quadratischen Abweichungen

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left| I_{nk}^R - (a_k B_{nk} + b_k + c_k \int O_n(x) dx) \right|^2 \quad (9.5.3-2)$$

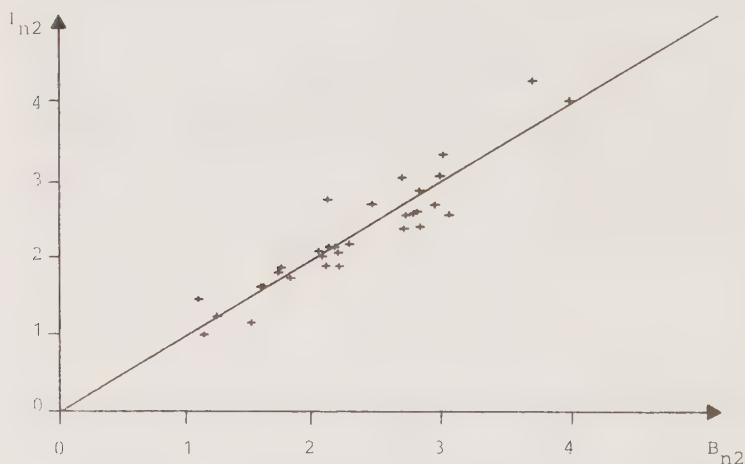
minimal werden. (k läuft hier von 1 bis 6, also über die 5 Positivanteile und über den gemeinsamen Negativanteil.) Für die Gesamthelligkeit der Zeichen $\int O_n(x) dx$ dienten die numerischen Werte des Trainingsensembles, es wäre vermutlich besser gewesen, die Gesamthelligkeit der Zeichen zu messen und diese aktuellen Werte für die Anpassung zu verwenden. Die Tabelle 9.5.3-1 zeigt die Anpassungsfaktoren und mittlere Abweichung.

k	a_k	b_k	c_k	σ_k
1	9.6	0.12	9.9	0.31
2	14.4	0.10	7.9	0.26
3	24.6	0.02	14.3	0.29
4	31.4	-0.05	32.5	0.31
5	26.2	0.09	11.6	0.24
6	18.7	0.11	7.3	0.30

Tabelle 9.5.3-1: Anpassungsfaktoren und mittlere Abweichung der Meßwerte

Der Gesamtbias der Meßwerte setzt sich also in etwa zu gleichen Teilen aus dem konstanten Anteil c_k und dem signalabhängigen Teil $b_k \int O_n(x) dx$ zusammen (die Gesamthelligkeit der Zeichen bewegt sich zwischen 100 und 200). Der Koeffizient $b_4 = -0.05$ ist natürlich unsinnig, da er eine negative Transparenz des Schwarzanteiles der Maske bedeuten würde. Man sieht daran bereits, daß die Anpassung nicht richtig sein kann.

Man steht hier vor dem Problem, daß man weder die Anpassungsfaktoren noch die genaue Position der Zeichen kennt, auf die man anpassen soll. Die Entscheidung in der ersten Stufe, jeweils den Mittelpunkt der 25 Zeichenverschiebungen für die Anpassung zu verwenden, erfolgte, nachdem probeweise auf alle 25 Positionen angepaßt worden ist, und nachdem die zentrale Position zu den geringsten Abweichungen σ_k führte. Trotz dieser Problematik wurden alle Meßwerte mit obigen Faktoren normiert. In Figur 9.5.3-2 sind die der normierten Meßwerte gegen die Sollwerte aufgetragen, wieder für $k = 2$.



Figur 9.5.3-2: Auftragung der normierten Meßwerte gegen die Sollwerte für $k = 2$.

Für eine einwandfreie Erkennung dürften die Abweichungen der Meßwerte höchstens 0.5 bzw. nur 0.25 betragen, wenn man annimmt, daß sich die Fehler in den Positivanteilen auch in den Negativanteil der Referenzzeichen im ungünstigsten Falle addieren könnten. Man sieht jedoch, daß

die Abweichungen i.a. größer sind. Trotzdem wurde die Erkennung der Zeichen versucht. Die gemessenen, normierten Codewörter, also

$$I_{nk} = I_{nk}^a - I_n^b \quad (k = 1 \dots K) \quad (9.5.3-3)$$

wurden demjenigen Sollcodewort B_{nk} ($k = 1 \dots K$) mit dem minimalen euklidischen Abstand zugeordnet. Dieses Verfahren führt also auch bei noch so großen Abweichungen immer zu einer Entscheidung, es enthält also keine Rückweisungsklasse. Die Tabelle 9.5.3-2 zeigt das Ergebnis für alle 25 Positionen aller 32 Zeichen. Die richtig erkannten Zeichen sind umrandet. (Statt der nicht druckbaren Zeichen "ß" und "§" wurde "S" und "P" ausgedruckt.)

gP#aa v#gaa n#aaa unn#q zzzxq	PPbq PPbq #bbd #bno #b#aa	ggfoa fffoa ccca lceaa	fffq bdoqa bvoqq vvoaq wwiaq	seaaa seaaa aeaaa msaaa immaa	dfact fffrt c#rrr c\$Sr lSSSl	wwggg vvggj vvvdq vbvqq bhhqq	#hhhp bhhhp tsbpv rrrxq rrzza
ee111 1o111 11111 11111 11111	SS\$P\$ Sh\$P\$ SZ\$P\$ ZZ\$YP ZZ\$Z\$	j\$Z\$H rk\$Z\$ kk\$km zzzzi zzzwi	m1111 m1111 m1111 11111 11111	gggdq jmaaa jmaaa mmaaa mmaaa	bhhpq bsnna tanna rxxaa rxxaa	gfpa mfpa aaaaa maaaa maaaa	\$Swy PSvq PZyy PZyy PZyy
wwqqa vvdqa bhqqa hhqqa bhqqa	wwSSb SSrnn SSrrr rrrk lrrlm	wShha bh\$aa \$seaa \$sskm rrrrm	1tttt rtttv rtttv rrrrv rrrrx	Svvvq bvuna tuuna vvvua vvvua	wwwww vvvvv vvvvv vvvua bvuaa	wwwwj wwwwq wwwwa qqjma mjmma	wwyyy wxxxx yxxxx xxxxm zxmaa
wwyyy wwyyx Swyyy Swyyy Swyyy	SSSij wzzzi zzzzz vzzzz rrzzi	SSSwj SSSvm SSSmm \$kkmm bs\$aa	eeee eeee# \$PPP SSSpj SSSj	11\$11 1\$1& \$kk& 111& 111&	\$Z\$Z\$ \$Z\$Z\$ \$Z\$Z\$ \$kk1 \$&&&1	\$mma \$&&& 1\$&& r\$&&& zr1&m	qaaa \$eaaa \$qaa \$qaa Sfqm

Tabelle 9.5.3-2: Ausdruck der erkannten 32 Zeichen in je 25 Positionen, die Richtigen sind umrandet.

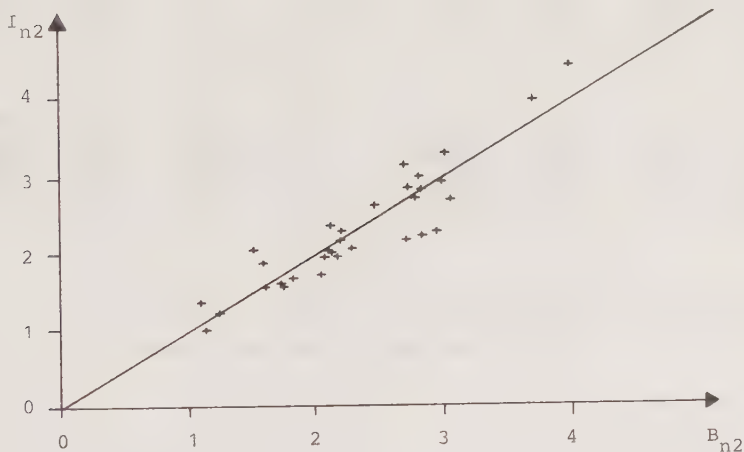
Erfreulicherweise ist jedes Zeichen zumindest in irgendeiner Position richtig erkannt worden. Man sieht außerdem, daß die Gebiete der richtig erkannten Zeichen zum Teil nicht zentriert, sondern verschoben sind. Dies ist der Anlaß, zu vermuten, daß die Zeichen nicht exakt positioniert waren.

Es wurde nun die wahrscheinlichste Position der Zeichen bestimmt, nämlich durch Aufsuchen der minimalen quadratischen Abweichungen der normierten Meßwerte und der Sollwerte. Der 1. Iterationsschritt benutzte nun die Meßwerte dieser Zeichenpositionen für die Bestimmung der Anpassungsfaktoren. Die Tabelle 9.5.3-3 zeigt die neuen Faktoren und die mittleren Abweichungen.

k	a_k	b_k	c_k	$\tilde{\sigma}_k$
1	11.8	0.11	8.0	0.30
2	15.2	0.07	11.7	0.29
3	24.9	0.05	11.1	0.28
4	30.5	0.02	23.5	0.30
5	29.0	0.07	10.0	0.28
6	23.9	0.07	6.2	0.22

Tabelle 9.5.3-3: Anpassungsfaktoren und mittlere Abweichung der Meßwerte für die korrigierten Positionen.

Diese Anpassung erscheint sinnvoller, da die Faktoren etwas homogener geworden sind, außerdem ist die negative Komponente von Tabelle 9.5.3-1 verschwunden. Die große Streuung der Normierungsfaktoren a_k kann zum Teil auf unterschiedliche Transmissionen der durchlässigen Maskenbereiche zurückgeführt werden. Aus den mittleren Abweichungen läßt sich keine eindeutige Aussage ableiten. In Figur 9.5.3-3 sind die normierten Meßwerte der korrigierten Positionen gegen den Sollwerten aufgetragen, wieder für $k = 2$.



Figur 9.5.3-3: Auftragung der normierten Meßwerte an den korrigierten Positionen gegen die Sollwerte für $k = 2$.

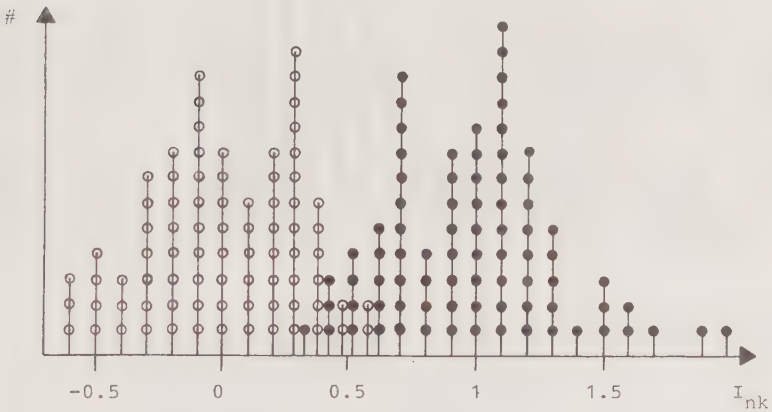
Man sieht, daß die Abweichungen im Vergleich zu Figur 9.5.3-2 nicht wesentlich besser geworden sind. Die Tabelle 9.5.3-4 zeigt analog zur Tabelle 9.5.3-2 die erkannten Zeichen mit den neuen Anpassungsfaktoren.

gP#aa v#aag n#aaq unnaq zzzxj	PPhhq PPbqv &&bhd &&bsa &&#ea	ggfoa fffoa ccooa ccaaa lleaq	fffqaa bfqqq bvooq vvoaq Swijq	Peaa &eeaa aeaa msaaa immma	fffc t ffctt ffcr t &Srr \$SSSl	wwggg vwggj vvvdq bbvqj bhhjj	#hhhh bahhh tsspv rrrxp rrzzj
L&lll lflll llljl zllll zllll	SSlP# bh4jh Syyvq %%y% %%y%	XXXh rkk% kkkkm rzzzm rzzwg	Mllll Mllll Mllll lllll lllll	ggggq jjmaq jmmaa jmmaa mmaa	bhhpq tsnna tnnna rzzna rzzaa	gf0aa mc0aa maaaa maaaq meaaq	\$Swy j P%ppp P%yyy P%yyy P%yy
wwqqq vbdqq bhqqq hh#qq bh#qq	wwSSb SSfrn Srrrs Srrrk lrrrm	SShSa bEesa SSsna SSskm rrrrm	ltttv ltttv rtttv rtttv rrrrx	Svvvq buuna tuuna uuuua ruuum	wwwww vvvvv vvvvv vvvva bwoom	wwwvj wwwvj wwwjq ggjma jjmma	wwwyy wxxxx yxxxx xxxxx zxymn
Swyyy Swyyy Swyyy SSyyy SSyyy	SSrij zzzzi vzzzz vzzzz rrrzi	SSSwj SS%j SSsxm Skk&m %k#e&	eeee# e&e# PPPPF SSSvj SZZ%P	ll#l lf4l lf4lf lll&P lll&P lll&	kk%Z SZZ% kZ%kr &kkk1 &&&&1	\$P&&& S&&&& r&&&& r&&&& rrl&m	#eeem #ee&& #&&aa r#&jm Sfqjm

Tabelle 9.5.3-4: Erkannte Zeichen in je 25 Positionen
mit korrigierten Anpassungsfaktoren,
die richtigen sind umrahmt.

Man sieht, daß wieder alle Zeichen zumindest an einer Position erkannt worden sind. Erfreulicherweise blieben die Positionen der richtig erkannten Zeichen in etwa erhalten. Ein weiterer Iterationsschritt würde also keine Verbesserung mehr liefern. Dieses gute Konvergenzverhalten konnte man nicht unbedingt vorhersagen, da ja zuerst die wahrscheinlichsten Positionen der Zeichen mit der falschen Anpassung bestimmt worden sind. Man hätte dadurch auch nicht konsistente Positionen finden können.

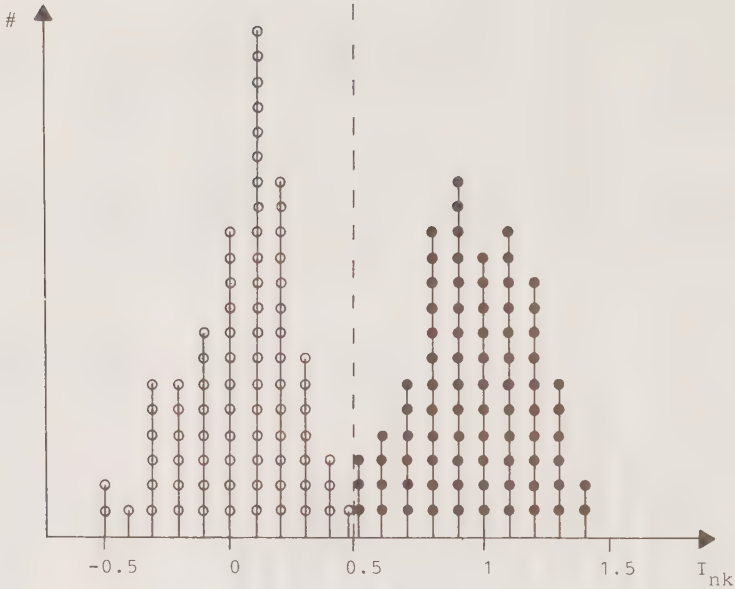
Aus den bisherigen Ergebnissen geht nicht deutlich hervor, daß die zweite Anpassung besser arbeitet als die erste. Dies wird jedoch an den Histogrammen der Meßwerte selbst deutlich. In den Figuren 9.5.3-4 und 9.5.3-5 sind alle $NK = 160$ normierten Meßwerte $I_{nk}^a - I_n^b$ der wahrscheinlichsten Zeichenpositionen aufgetragen. Dabei bedeutet $\circ$ bzw. $\bullet$ je einen Meßwert, den man für eine fehlerfreie Erkennung der 0 bzw. der 1 zuordnen müßte.



Figur 9.5.3-4: Histogramm der normierten Meßwerte mit Anpassung an die zentralen Positionen

Man sieht, daß die zweite Anpassung zu einer deutlichen Abnahme der Streuung der Meßwerte führt. Im Histogramm der zweiten Anpassung (siehe Figur 9.5.3-5) erlaubt ein Niveau von 0.5 gerade noch, alle Meßwerte richtig zu trennen, während die erste Anpassung (siehe Figur 9.5.3-4) zu einer Überlappung führt.

Mit dem Ergebnis der zweiten Anpassung war es möglich, eine zusätzliche Rückweisklasse für falsch positionierte



Figur 9.5.3-5: Histogramm der normierten Meßwerte mit Anpassung an die korrigierten Positionen

Zeichen einzuführen. Im ersten Schritt wurden die Abweichungen der gemessenen Differenzen $I_{nk}^a - I_n^b$ von den Sollwerten B_{nk} ausgewertet. Ein Zeichen wurde zurückgewiesen, falls die Abweichung von mindestens einer gemessenen Differenz größer als $\delta = 0.5$ war. Die Tabelle 9.5.3-5 zeigt das Erkennungsergebnis mit "." für zurückgewiesene Zeichen.

Das einfache Rückweiskriterium konnte einige falsch erkannte Zeichen eliminieren. Hätte man die Rückweischwelle δ kleiner als 0.5 angesetzt, so wären zwar mehr falsch erkannte Zeichen verschwunden, aber auch einige richtige.

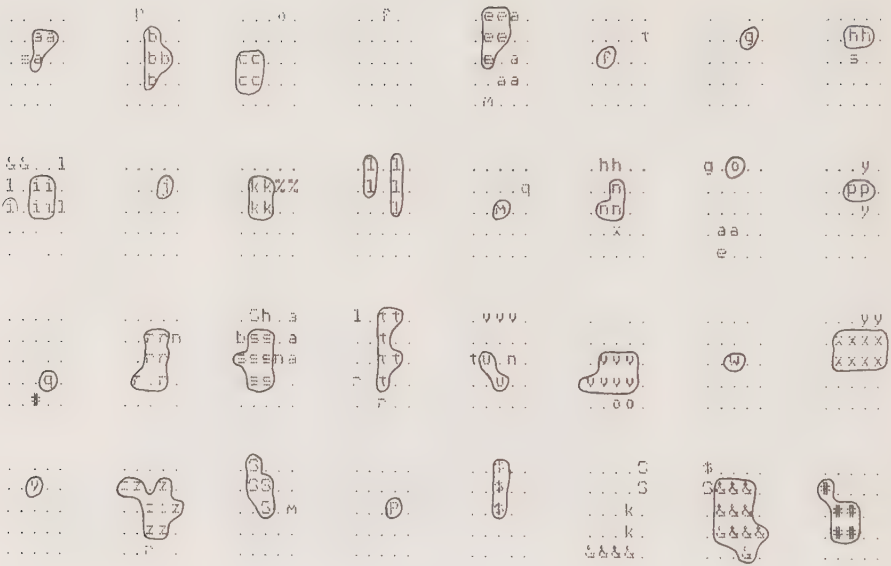


Tabelle 9.5.3-6: Erkannte Zeichen mit Rückweisung gemäß den gemessenen Differenzen und der Meßwerte selbst.

von richtig erkannten angesiedelt sind. An Hand der Meßwerte dieses Experiments erscheint es jedoch als unwahrscheinlich, alle Zeichen ohne Vorkenntnisse ihrer Position richtig zu identifizieren, siehe z.B. die Zeichen "d", "f", "m", "o", "q", "u" und "s".

9.5.4. Verbesserungsvorschläge

Um ein brauchbares Ergebnis zu erhalten, wird man wohl nicht umhin kommen, bei unbekannter Zeichenposition mehr als die minimale Anzahl von Korrelationsmessungen durchzuführen, also Redundanz einzuführen. Hilfreich könnte z.B. auch eine Schwerpunktsbestimmung der Zeichen für ihre Vorpositionierung sein. Man wird sich jedoch auf die Position der vorzentrierten Zeichen nicht absolut verlassen können, da kleine Defekte in den Zeichen, die für die Erkennung an sich unbedeutend sind, zu falschen Positionen je nach Ort des Defekts führen. Außerdem muß man versuchen, die systembedingten Fehler zu reduzieren. Richtig wäre, wenn man als Berechnungsgrundlage der Referenzzeichen die auf dem Bildschirm des Erkennungssystems dargestellten Objekte verwenden würde und nicht wie geschehen, die Objekte auf anderem Weg den Algorithmen zur Verfügung zu stellen. Die Verwendung der tatsächlich dargestellten Zeichen bietet den Vorteil, daß alle zeitlich konstanten Fehler des Darstellungssystems (hier des Fernsehsystems) in den Referenzzeichen bereits mit eingerechnet werden, so hätten z.B. die unterschiedlichen Vergrößerungsfaktoren und die Hintergrundhelligkeit des Bildschirms von vornherein zu keinen Störungen geführt. Außerdem wären, falls das System räumlich reproduzierbar arbeitet, die Zeichenpositionen für den ersten Anpassungslauf genau bekannt gewesen, da Test- und Lernensemble identisch sind. Die Optimierung der Referenzzeichen sollte nicht auf ein Rauschmodell gestützt sein, sondern auf die tatsächlichen vorkommenden Störungen des aktuellen Datensatzes. Im übrigen muß man versuchen, die Referenzmasken mit angemessener Genauigkeit herzustellen. Falls dies nicht möglich ist, kann man auch die realisierten Masken ausmessen und mit den Modellvorstellungen der idealen Zeichen die Sollwerte der Korrelationskoeffizienten korrigieren. Man wird dann jedoch nicht mehr den leicht entschlüssel-

baren Binärcode erhalten, was jedoch nichts schadet, so lang eine eindeutige Zuordnung der Korrelationswerte zu den Objekten erhalten bleibt.

Die hier vorgeschlagenen Möglichkeiten, das Erkennungssystem zu verbessern, sind sicher nicht vollständig. Es sollte nur gezeigt werden, daß das mäßige Ergebnis von Abschnitt 9.5.3 nicht als endgültig zu betrachten ist und durchaus noch verbessert werden kann.

10. Zusammenfassung

Zeichenerkennung mit der minimalen Zahl von nichtredundanten, im Falle eines binären Codes von nur K statt der üblichen $N = 2^K$ Korrelationen ist realisierbar zur Identifizierung eines Objekts aus N möglichen. Die wenigen Korrelationen, für einen typischen Schriftsatz nur $K = 5$ oder 6 pro unbekannten Zeichen lassen sich mit geringem Aufwand parallel durchführen. Das Verfahren gewährleistet somit einen hohen Datendurchsatz.

Zur Berechnung der speziellen Referenzzeichen wurden effiziente Algorithmen entwickelt. Bei bekannter Statistik 2. Ordnung der Zeichenstörungen lassen sich die verfügbaren Freiheitsgrade des Codes und der Referenzzeichen zur Minimierung der zu erwartenden Fehlerrate ausnützen. Numerische Simulationen und Experimente konnten zeigen, daß das Verfahren bei bekannter Zeichenposition gut arbeitet. Ist die Lage der Zeichen unbekannt, so müssen einige zusätzliche Maßnahmen getroffen werden. Scheidet aus praktischen Gründen eine Vorverarbeitung zur Erzielung der Shiftinvarianz aus, so wird man, wie das letzte Experiment zeigt, einen redundanten Code verwenden müssen, also mehr als die minimale Zahl von K Korrelationen durchführen müssen, um sichere Entscheidungen herbeizuführen.

Abschließend sei bemerkt, daß die einfache Realisierungsmöglichkeit der Korrelation mit optischen Analogmethoden den Ausschlag für dieses Verarbeitungsverfahren gab. Die hier vorgeschlagenen und erprobten Konzepte zur Zeichenerkennung können jedoch ohne Einschränkung auch auf andere Formen der Implementation, z.B. rein digital, übertragen werden.

Anhang A1

Einige Definitionen und Folgerungen aus der Fouriermathematik

Die Fouriertransformation einer Funktion $u(x)$ lautet:

$$\tilde{u}(\nu) = \text{Fou}[u(x)] = \int u(x) e^{-2\pi i \nu x} dx, \quad (\text{A1-1})$$

mit der Umkehrtransformation:

$$u(x) = \text{Fou}^{-1}[\tilde{u}(\nu)] = \int \tilde{u}(\nu) e^{+2\pi i \nu x} d\nu. \quad (\text{A1-2})$$

A1.1. Dirac δ -Funktion

Eigenschaft: Für alle $\alpha > 0$ gilt:

$$\int_{x-\alpha}^{x+\alpha} \delta(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{für } |x| > \alpha \\ \frac{1}{2} & \text{für } |x| = \alpha \\ 1 & \text{für } |x| < \alpha \end{cases} \quad (\text{A1.1-1})$$

Die δ -Funktion läßt sich auf verschiedene Weisen definieren:

$$\text{Implizit: } \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) u(x) dx = u(x_0) \quad (\text{A1.1-2})$$

$$\text{Explizit: } \delta(x) = \frac{d}{dx} H(x), \text{ falls } H(x) \text{ die Sprungfunktion darstellt;} \quad (\text{A1.1-3})$$

$$\delta(x) = \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{1}{\xi} \text{rect} \left(\frac{x}{\xi} \right), \quad (\text{A1.1-4})$$

$$\delta(x) = \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\pi \xi}} e^{-\frac{x^2}{\xi}} \quad (\text{A1.1-5})$$

$$\delta(x) = \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{1}{\xi} \text{sinc} \left(\frac{x}{\xi} \right) \quad (\text{A1.1-6})$$

A1.2. Faltungstheorem

Die Faltung zweier Funktionen ist definiert durch:

$$\begin{aligned} v(x) &= u(x) * h(x) = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} u(x') h(x - x') dx' . \end{aligned} \quad (A1.2-1)$$

Die äquivalente Darstellung in der Frequenzdomäne lautet:

$$\tilde{v}(\nu) = \tilde{u}(\nu) \cdot \tilde{h}(\nu) . \quad (A1.2-2)$$

A1.3. Korrelationstheorem

Die Korrelation zweier Funktionen ist definiert durch:

$$\begin{aligned} v(x) &= u(x) \otimes h(x) = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} u(x') h^*(x' - x) dx' . \end{aligned} \quad (A1.3-1)$$

Die äquivalente Darstellung in der Frequenzdomäne lautet:

$$\tilde{v}(\nu) = \tilde{u}(\nu) \cdot \tilde{h}^*(\nu) \quad (A1.3-2)$$

A1.4. Shiftinvarianz der Autokorrelation

Die Autokorrelationsfunktion $v(x)$ ist von der absoluten Lage der Funktion $u(x)$ unabhängig:

$$v(x) = u(x) \otimes u(x) = u(x - x_0) \otimes u(x - x_0) , \quad (A1.4-1)$$

da gilt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(x') u^*(x' - x) dx' = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x'') u^*(x'' - x) dx'' , \quad (A1.4-2)$$

mit $x'' = x' - x_0$.

Beweis und weitere Eigenschaften siehe /A1-1,2/.

A1.5. Herleitung der optischen Fouriertransformation mit einer Linse

Zugrunde gelegt wird der Aufbau nach Fig. 4.2.1-1).

Die Verteilung der komplexen Lichtamplitude in der vorderen Brennebene der Linse bei $z = 0$ sei gegeben durch

$u_o(x_o)$. In der Linsenebene bei $z = f$ lautet die Lichtverteilung nach Ausbreitung im freien Raum gemäß der Fresnel'schen Näherung:

$$u_L(x_L) = \int u_o(x_o) e^{\frac{i\pi}{\lambda f} (x_L - x_o)^2} dx_o \quad (A1.5-1)$$

Diese Verteilung wird gemäß der Kirchhoff'schen Näherung mit der Linsentransmission

$$t(x_L) = e^{-\frac{i\pi}{\lambda f} x_L^2} \quad (A1.5-2)$$

multipliziert.

Die Ausgangsverteilung in der Ebene $z = 2f$ ergibt sich durch erneute Ausbreitung um die Strecke f :

$$\begin{aligned} u_p(x_p) &= \int u_L(x_L) \cdot t(x_L) e^{\frac{i\pi}{\lambda f} (x_p - x_L)^2} dx_L = \\ &= \iint u_o(x_o) e^{\frac{i\pi}{\lambda f} [(x_L - x_o)^2 - x_L^2 + (x_p - x_L)^2]} dx_o dx_L. \end{aligned} \quad (A1.5-3)$$

Nach Ausmultiplizieren und umsordieren des Exponenten folgt:

$$u_p(x_p) = \int u_o(x_o) e^{-\frac{2\pi i}{\lambda f} x_p x_o} e^{\frac{\pi i}{\lambda f} (x_p + x_o - x_L)^2} dx_L dx_o. \quad (A1.5-4)$$

Das letzte Integral, das Fresnel Integral, liefert nur einen konstanten Faktor, nämlich $(1 + i) \sqrt{\frac{\lambda f}{2}} / A1-3/$.

Die Lichtverteilung in der hinteren Brennebene ist somit proportional der in der vorderen mit dem Maßstabsfaktor

$$\nu = \frac{x_p}{\lambda f}.$$

A1.6. Longitudinaler Shift

Wird die zu transformierende Funktion $u(x)$ (beleuchtet mit Einheitsamplitude) nicht an die Stelle $z_0 = 0$ gebracht, sondern an eine beliebige Stelle vor der Linse ($z \leq f$), so lautet die Verteilung in der hinteren Brennebene:

$$u_p(x_p) = \text{Fou} [u(x_p) * h(x_p)] = \tilde{u}\left(\frac{x_p}{\lambda f}\right) \cdot \tilde{h}\left(\frac{x_p}{\lambda f}\right), \quad (\text{A1.6-1})$$

mit dem Faltungskern der Lichtausbreitung von z bis $z_0 = 0$:

$$h(x) = e^{\frac{i\pi}{\lambda z} x_0^2}. \quad (\text{A1.6-2})$$

Zu berechnen ist also nun $\tilde{h}(\nu)$.

$$\begin{aligned} \tilde{h}(\nu) &= \int e^{\frac{i\pi}{\lambda z} x_0^2} e^{-2\pi i \nu x_0} dx_0 = \\ &= \int e^{-i\pi \left[\left(\frac{x_0}{\lambda z} - \nu \sqrt{\lambda z} \right)^2 - \nu^2 \lambda z \right]} dx_0 = \\ &= \text{const } e^{+i\pi \nu^2 \lambda z}. \end{aligned} \quad (\text{A1.6-3})$$

Eine Verschiebung in z -Richtung verursacht also nur einen quadratischen Phasenfaktor in der Frequenzebene. Das Powerspektrum $|\tilde{u}(\nu)|^2$ ist somit von z unabhängig.

In einem inkohärent beleuchteten Korrelator gemäß Fig. 4.2.3-2 ist deshalb die longitudinale Position der Pupillenfunktion, so lange sie sich zwischen den beiden Linsen befindet, gegenstandslos, da als Faltungskern in der Ausgangsebene das Powerspektrum der Pupillenfunktion wirkt.

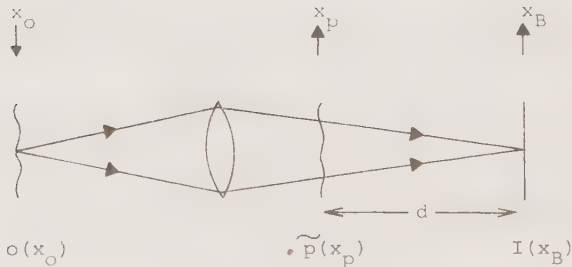
Anhang A2

Einige weitere optische Korrelatoren

Im folgenden werden ausschließlich spatial inkohärente Systeme behandelt, da sie für die Mustererkennung im allgemeinen von größerer Bedeutung als die kohärenten sind. Die inkohärente Grenze der partiellen Kohärenz erlaubt eine einfachere Behandlung als sie in Abschnitt 4.2.3. vorgestellt worden ist.

A2.1. Spatiale Filterung mit einer Linse

Die inkohärent beleuchtete Objekttransmission $o(x)$ (oder reflektierende Vorlage oder Selbstleuchter) wird gemäß Fig. A2.1-1 nach den geometrischen Abbildungsgleichungen in die Bildebene abgebildet. Zwischen Linse und Bildebene befindet sich die Pupillenfunktion $\tilde{p}(x_p)$. (Sie kann sich auch vor der Linse befinden, dann wird jedoch die Theorie etwas komplizierter.)



Figur A2.1-1: Spatiale Filterung mit einer Linse

Man betrachte nun einen δ -Punkt innerhalb des Objekts, der ohne Pupillenfunktion und bei Vernachlässigung der Beugung am Linsenrand zu einem δ -Punkt in der Bildebene an der Stelle x_B , führen würde. Die Lichtverteilung in der Pupillenebene lautet nach der inversen Fresnelausbreitung um die Strecke d :

$$u(x_p) = \int \delta(x_B - x_{B'}) e^{-\frac{i\pi}{\lambda d} (x_p - x_B)^2} dx_{B'} = \quad (A2.1-1)$$

$$= e^{-\frac{i\pi}{\lambda d} (x_p - x_B)^2}$$

Die Multiplikation dieser gekippten Kugelwelle mit der Pupillentransmission und Ausbreitung um d führt in der Ausgangsebene zu:

$$u_B(x) = \int \tilde{p}(x_p) e^{\frac{i\pi}{\lambda d} [-(x_p - x_B)^2 + (x_B - x_p)^2]} dx_p = \quad (A2.1-2)$$

$$= e^{\frac{i\pi}{\lambda d} (x_B^2 - x_{B'}^2)} \int \tilde{p}(x_p) e^{\frac{2\pi i}{\lambda d} x_p x_{B'}} e^{-\frac{2\pi i}{\lambda d} x_B x_p} dx_p =$$

$$= e^{\frac{i\pi}{\lambda d} (x_B^2 - x_{B'}^2)} p\left(\frac{x_B - x_{B'}}{\lambda d}\right).$$

In der Ausgangsebene entsteht also, abgesehen von einem quadratischen Phasenfaktor die Fouriertransformierte der Pupillenfunktion an der Stelle x_B , mit dem Maßstabsfaktor $\frac{x}{\lambda d}$.

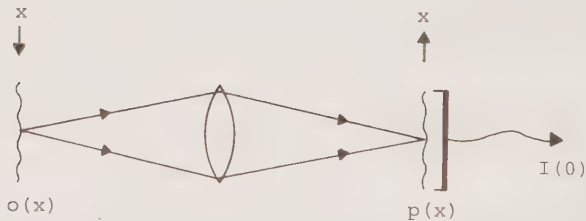
Wegen der Inkohärenz des Objekts muß man die Intensitäten der um x_B , verschobenen mit der Objektintensität gewichteten Punktbilder in der Bildebene aufaddieren:

$$I_B(x_B) = \int |o(x_{B'})|^2 \left| p\left(\frac{x_B - x_{B'}}{\lambda d}\right) \right|^2 dx_{B'}. \quad (A2.1-3)$$

Diese Anordnung führt also ebenfalls zur Faltung des Betragsquadrats der Fouriertransformierten der Pupille mit dem Objekt, jedoch mit der angenehmen Eigenschaft, daß man durch geeignete Wahl des Abstandes d die Größe des Punktbildes der Objektgröße anpassen kann.

A2.2. Korrelation in der Ortsebene

Wird nur ein Korrelationskoeffizient, z.B. der an der Stelle 0 benötigt, so kann man das Objekt $o(x)$ direkt auf die Referenzfunktion $p(x)$ abbilden, gemäß Fig. A2.2-1 oder auch in direkten Kontakt bringen.



Figur A2.2-1: Direkter Korrelator

Die Lichtverteilung direkt hinter der Referenzmaske lautet:

$$u(x) = o(x) \cdot p(x) . \quad (\text{A2.2-1})$$

Ein ausgedehnter Detektor mißt das gesamte Licht, d.h. er bildet punktwise die Intensität und integriert über den Ort:

$$I(o) = \int |o(x)|^2 |p(x)|^2 dx. \quad (A2.2-2)$$

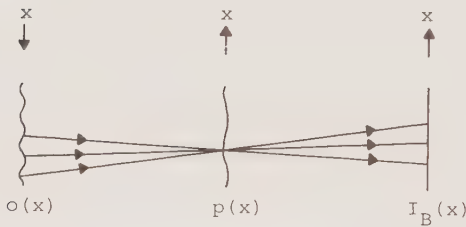
Die gemessene Intensität entspricht also gerade den Korrelationskoeffizienten an der Stelle 0.

Benötigt man mehrere Korrelationskoeffizienten, so muß man entweder das Objekt oder die Referenzmaske seitlich verschieben, in vielen Zeichenerkennungssystemen ist die Verschiebung in einer Richtung bereits durch den Transport der Vorlage gegeben.

Der direkte Korrelator besitzt eine hohe Lichtstärke, da das gesamte zur Verfügung stehende Licht zur Messung eines Korrelationskoeffizienten verwendet wird. Führt man dagegen die Korrelation mit spatialer Filterung durch, so steht für jeweils einen Korrelationskoeffizient nur ein Bruchteil der Gesamtenergie zur Verfügung, da man in der Korrelationsebene nur über die Größe einer Auflösungszelle integrieren darf und zur Erzeugung von beliebigen Punktbildfunktionen Hologramme mit zum Teil geringen Beugungswirkungsgraden als Pupillenfunktion verwenden muß. Zusätzlicher Lichtverlust entsteht besonders bei selbstleuchtenden Objekten durch spektrale Filterungen, um die Maßstabsvariation des Punktbildes, bedingt durch die spektrale Bandbreite, im Rahmen einer Auflösungszelle zu halten. Den direkten Korrelator kann man dagegen, falls die Abbildungsoptik chromatisch korrigiert ist, ohne Einschränkungen polychromatisch betreiben. Der direkte Korrelator läuft auch unter dem Stichwort "coded detector", da der Detektor mit einer räumlichen Empfindlichkeitsfunktion belegt wird.

A2.3. Schattenwurfkorrelator

Will man zwei Funktionen korrelieren mit nicht zu feinen räumlichen Strukturen, so kann dies durch die alte Schattenwurfmethode erfolgen /A2-1/. Eine der einfachsten Möglichkeiten ist wohl die modifizierte Lochkamera, bei der statt dem kleinen Loch die Referenzfunktion $p(x)$ eingesetzt wurde, siehe Fig. A2.3-1.



Figur A2.3-1: Schattenwurfkorrelator

Geht man von der speziellen Referenzfunktion

$$p(x_0) \delta(x - x_0) , \quad (A2.3-1)$$

also von einem verschobenen kleinen Loch mit der Transmission $p(x_0)$ aus, so lautet die Verteilung in der Bildebene

$$u_B(x) \approx o(x - 2x_0) p(x_0) , \quad (A2.3-2)$$

falls $o(x)$ die Objektverteilung wiedergibt.

Bei diesem Ansatz vernachlässigt man die Beugung am Eintrittsloch. Betrachtet man nun eine allgemeine Referenzfunktion

$$p(x) = \int p(x_0) \delta(x - x_0) dx_0, \quad (A2.3-3)$$

so müssen in der Bildebene die Intensitäten addiert werden, da das Licht, das an einer Stelle in der Ausgangsebene ankommt, von verschiedenen Objektpunkten ausgeht. Die Bildintensität lautet daher:

$$\begin{aligned} I_B(x) &\approx \int |o(x - 2x_0)|^2 |p(x_0)|^2 dx_0 = \\ &= |o(x)|^2 * |p(\frac{x}{2})|^2. \end{aligned} \quad (A2.3-4)$$

Die erreichbare Auflösung in der Korrelationsfunktion ist durch die Größe des Beugungsscheibchens an den feinsten Strukturen der Referenzfunktion gegeben. Dieser Typ von Schattenwurfkorrelator kommt ohne Linsen aus, er eignet sich also für alle Strahlungsarten mit genügend kleiner Wellenlänge. Besonders intensiv arbeitet man an solchen Verfahren im Bereich der Röntgenabbildungssysteme unter dem Stichwort "coded aperture" /A2-3/. Das Ziel dabei ist, eine solche Aperturfunktion $p(x)$ zu finden, die viel Primärintensität an der Bildentstehung mitwirken läßt, um mit kleinen Strahlungsdosen auszukommen und gleichzeitig eine gute Entfaltung des verschlüsselten Bildes $I_B(x)$ ermöglicht.

A2.4. Vertauschung von Objekt und Referenzfunktion

Liegen die Objektfunktionen als Transparenz vor, kann man in allen drei Korrelatortypen die Objektfunktion mit der Filter- bzw. Referenzfunktion vertauschen. Diese Inversion kann für manche Zeichenerkennungsaufgaben Vorteile bieten.

Die Referenzfunktion kann in der Eingangsebene allen drei Korrelatortypen auf numerisch gesteuerten Displays angeboten werden. Es besteht die Möglichkeit, die Objekte mit

beliebig vielen Referenzmustern, eventuell auch in adaptiver Art, zu korrelieren, da sie softwaremäßig erzeugt werden und nicht von vornherein als Transparenz vorliegen müssen.

Verwendet man die Objekte als spatiales Filter, so wird die Referenzfunktion mit den Powerspektren der Objekte korreliert. Das Justierungsproblem ist somit vollständig gelöst, da einerseits die Referenzfunktion in der Eingangsebene elektronisch exakt positioniert wird, und andererseits das Powerspektrum shiftinvariant ist /3-13/, die Objekte können sich während der Messung sogar bewegen. Das Powerspektrum hängt von der Amplituden- und von der Phasenverteilung der Objekte ab, diese Eigenschaft kann je nach Problemstellung von Vorteil oder auch von Nachteil sein. Besonders geeignet erscheint diese Anordnung für periodische Objekte, also z.B. für Texturuntersuchungen, da solche Objekte ein ausgeprägtes Powerspektrum liefern. Verwendet man die Objekte an Stelle der Referenzfunktion im direkten oder im Schattenwurfkorrelator, so ändert die Inversion an der Ausgangsintensität nichts. Auch die Justieranforderungen bleiben im gleichen Maß bestehen, da die Objekt- und die Referenzfunktion symmetrisch in das Korrelations-signal eingehen. Besonders intensiv wird wiederum am Schattenwurfkorrelator mit der Referenzfunktion in der Eingangsebene also mit codierter Quelle für Röntgenabbildungssysteme gearbeitet. Die Zielsetzungen sind in etwa die selben, wie die mit der codierten Apertur.

Anhang A3

Herleitung der diskreten Fouriertransformation

Gegeben sei die gesampelte, periodisch fortgesetzte Funktion $u_{ps}(x)$ von $u(x)$:

$$u_{ps}(x) = \left[u(x) \cdot \text{comb} \left(\frac{x}{\delta x} \right) \right] * \text{comb} \left(\frac{x}{\delta x} \right), \quad (\text{A3-1})$$

mit $\delta x = \frac{1}{\Delta \nu}$ und $N \delta x = \Delta x$,

und mit $u(x) = 0$ für $|x| > \frac{\Delta x}{2}$

und $\tilde{u}(\nu) = 0$ für $|\nu| > \frac{\Delta \nu}{2}$.

Die Fouriertransformation dieser Funktion lautet:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{ps}(\nu) &= \int u_{ps}(x) e^{-2\pi i \nu x} dx = \\ &= \int \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-1/2}^{+N/2-1} u(n \delta x) \delta(x - n \delta x - n' \Delta x) e^{-2\pi i \nu x} dx = \\ &= \sum_{n'} \sum_n u_n e^{-2\pi i (n \delta x + n' \Delta x)} = \\ &= \sum_n u_n e^{-2\pi i n \delta x \nu} \sum_{n'} e^{-2\pi i n' \Delta x \nu}. \end{aligned} \quad (\text{A3-2})$$

Die letzte Summe liefert nur Beiträge, nämlich ∞ , falls das Argument $n' \Delta x \nu$ eine ganze Zahl ergibt, also nur für Ortsfrequenzen der Form $\nu = m \frac{1}{\Delta x}$ und $m \in \mathbb{Z}$.

$\tilde{u}_{ps}(\nu)$ läßt sich daher schreiben:

$$\tilde{u}_{ps}(\nu) = \sum_n u_n e^{-2\pi i n \delta x \nu} \text{comb} \left(\frac{\nu}{\delta \nu} \right), \quad (\text{A3-3})$$

mit $\delta \nu = \frac{1}{\Delta x}$.

Die Gewichte der einzelnen δ -Funktionen an den Stellen $m\delta x$ lauten also:

$$u_m = \sum_{n = -N/2}^{+N/2 - 1} u_n e^{-2\pi i \frac{nm}{N}}, \quad (\text{A3-4})$$

mit Verwendung von $\frac{\delta x}{\Delta x} = \frac{1}{N}$.

Die Samplingpunkte in der Frequenzebene $\tilde{u}_m$ lassen sich also als endliche Summe aus den Samplingpunkten in der Ortsebene berechnen. An dieser Form sieht man auch die periodische Struktur in der Frequenzebene, da gilt:

$$\tilde{u}_{m+m'N} = \tilde{u}_m, \quad (\text{A3-5})$$

$$\text{wegen } e^{-2\pi i n \frac{m+m'N}{N}} = e^{-2\pi i n \frac{m}{N}} :$$

Es genügt also, N Samplingpunkte zu berechnen, meist wählt man $m = -N/2 \dots N/2 - 1$.

Analoge Schritte führen zur Umkehrtransformation:

$$u_n = \sum_{m = -N/2}^{+N/2 - 1} \tilde{u}_m e^{-2\pi i \frac{nm}{N}}. \quad (\text{A3-6})$$

Damit Hin- und Rücktransformation wieder das ursprüngliche Ergebnis liefert, ist ein Normierungsfaktor $\frac{1}{N}$ nötig, der oft mit $\frac{1}{\sqrt{N}}$ auf beide Transformationen aufgeteilt wird.

Anhang A4

Herleitung der diskreten Korrelation

Gegeben seien die beiden auf $\Delta\nu$ bandbegrenzten Funktionen $u(x)$ und $v(x)$ durch ihre Abtastwerte im Abstand $\delta x = \frac{1}{\Delta\nu}$:

$$u(x) = \sum_n u(n\delta x) \operatorname{sinc}\left(\frac{x - n\delta x}{\delta x}\right), \quad (\text{A4-1})$$

$$v(x) = \sum_m v(m\delta x) \operatorname{sinc}\left(\frac{x - m\delta x}{\delta x}\right).$$

Die Korrelationsfunktion lautet dann:

$$\begin{aligned} w(x) &= \int u(x') w^*(x' - x) dx' = \\ &= \int \sum_n \sum_m u(n\delta x) v^*(m\delta x) \operatorname{sinc}\left(\frac{x'}{\delta x} - n\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{x'}{\delta x} - \frac{x}{\delta x} - m\right) dx'. \end{aligned} \quad (\text{A4-2})$$

Die Bandbreite von $w(x)$ kann nicht größer sein als die von $u(x)$ und $v(x)$, da die punktweise Multiplikation der Spektren $\tilde{u}(\nu)$ und $\tilde{v}(\nu)$ nicht deren Ausdehnung vergrößert (Anwendung des Korrelationstheorems, siehe A1.3). Man kann daher die Funktion $w(x)$ auch im Abstand δx abtasten. Wertet man die Gl. (A4-2) an den Stellen $x = k\delta x$ aus, so ergibt sich ein einfaches Ergebnis:

$$w(k\delta x) = \sum_n \sum_m u(n\delta x) v^*(m\delta x) \int \operatorname{sinc}\left(\frac{x'}{\delta x} - n\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{x'}{\delta x} - (k+m)\right) dx'. \quad (\text{A4-3})$$

Die sinc-Funktionen sind orthogonal bezüglich Verschiebungen von einer Periode (siehe unten). Da n , k und m ganze Zahlen sind, liefert also das letzte Integral 1, falls $n = k + m$ gilt und 0 sonst. Die Abtastwerte der Korrelationsfunktion lauten dann:

$$w_k = \sum_n u_n v_{n-k}^* \quad (A4-4)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } w_k &= w(k\delta x) \\ u_n &= u(n\delta x) \\ v_m &= v(m\delta x) . \end{aligned}$$

Orthogonalität der sinc-Funktionen

Die Autokorrelation der sinc-Funktion ist die sinc-Funktion selbst:

$$\begin{aligned} \text{sinc}(x) \otimes \text{sinc}(x) &= \int \text{sinc}(x') \text{sinc}(x'-x) dx' = \\ &= \text{sinc}(x) . \end{aligned} \quad (A4-5)$$

Die Gültigkeit dieser Beziehung ist nach Anwendung des Korrelationstheorems leicht einzusehen, da gilt:

$$|\text{rect}(x)|^2 = \text{rect}(x) . \quad (A4-5)$$

sinc-Funktionen sind also orthogonal bezüglich Verschiebungen von ganzzahligen Vielfachen ihrer Periode, da gilt:

$$\int \text{sinc}(x) \text{sinc}(x-k) dx = \text{sinc}(k) = \begin{cases} 1 & \text{für } k = 0 \\ 0 & \text{für } k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \end{cases} .$$

Anhang A5

Einige Eigenschaften der generalisierten Inversen

Die Theorie der generalisierten Inversen wurde hauptsächlich von Moore und Penrose in verschiedener mathematischer Sprache, unabhängig voneinander entwickelt. Eine knappe Zusammenfassung ist von M.Z. Nashed /A5-1/ gegeben. Die wichtigsten Definitionen und Eigenschaften seien hier kurz skizziert.

Gegeben sei eine $M \times N$ Matrix $\underline{A}$ über den Vektorraum k .

Falls die folgenden Gleichungen erfüllt sind

$$\begin{array}{ll} \text{I} & \underline{A} \cdot \underline{X} \cdot \underline{A} = \underline{A} \\ \text{II} & \underline{X} \cdot \underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{X} \\ \text{III} & \underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{X}^T \cdot \underline{A}^T \\ \text{IV} & \underline{X} \cdot \underline{A} = \underline{A}^T \cdot \underline{X}^T \end{array} \quad (\text{A5-1})$$

nennt man $\underline{X} = \underline{A}^\#$ die generalisierte Inverse von $\underline{A}$.

$\underline{A}^\#$ ist eindeutig, falls sie existiert.

Falls k den reellen Vektorraum beschreibt, kann gezeigt werden, daß $\underline{A}^\#$ immer existiert. Im Komplexen existiert $\underline{A}^\#$, falls transponiert durch hermitisch konjugiert ersetzt wird.

Wählt man eine beliebige $M \times R$ Untermatrix $\underline{B}$ von $\underline{A}$ mit $\text{Rg} \{ \underline{B} \} = R$ und eine beliebige $R \times N$ Untermatrix $\underline{C}$ von $\underline{A}$ mit $\text{Rg} \{ \underline{C} \} = R$, so läßt sich $\underline{A}^\#$ explizit angeben:

$$\underline{A}^\# = \underline{C}^T \cdot (\underline{B}^T \cdot \underline{A} \cdot \underline{C}^T)^{-1} \cdot \underline{B}^T \quad (\text{A5-2})$$

Bemerkt sei, daß $\underline{A}^\#$ unabhängig von der speziellen Wahl von $\underline{B}$ und $\underline{C}$ ist. Es läßt sich zeigen, daß $\underline{A}^\#$ die Bedingungen-
gleichungen (A5-1) erfüllt.

Im folgenden werden zwei wichtige Spezialfälle behandelt.

A5.1. Lösung eines unterbestimmten Gleichungssystems mit vollem Rang

Gegeben sei ein Gleichungssystem

$$\underline{A} \cdot \underline{x} = \underline{y} \quad (A5.1-1)$$

mit $N > M$, also mit mehr Unbekannten als Gleichungen und mit $\text{Rg} \{ \underline{A} \} = M$.

Für die Konstruktion der dazugehörigen generalisierten Inversen wählt man eine quadratische $M \times M$ Untermatrix $\underline{B}$ mit Rang M . ($R = M$) und für $\underline{C}$ setzt man $\underline{A}$ selbst. Damit lautet $\underline{A}^\#$:

$$\begin{aligned} \underline{A}^\# &= \underline{C}^T \cdot (\underline{B}^T \cdot \underline{A} \cdot \underline{C})^{-1} \cdot \underline{B}^T = \\ &= \underline{A}^T \cdot (\underline{B}^T \cdot \underline{A} \cdot \underline{A}^T)^{-1} \cdot \underline{B}^T = \\ &= \underline{A}^T \cdot (\underline{A} \cdot \underline{A}^T)^{-1} \cdot \underline{B}^{T-1} \cdot \underline{B}^T = \\ &= \underline{A}^T \cdot (\underline{A} \cdot \underline{A}^T)^{-1} . \end{aligned} \quad (A5.1-2)$$

In diesem Falle gilt:

$$\underline{A} \cdot \underline{A}^\# = \underline{A} \cdot \underline{A}^T \cdot (\underline{A} \cdot \underline{A}^T)^{-1} = \underline{1} . \quad (A5.1-3)$$

Das Gleichungssystem (A5.1-1) läßt sich somit exakt lösen, da gilt:

$$\underline{A} \cdot \underline{x} = \underline{A} \cdot \underline{A}^\# \cdot \underline{y} = \underline{y} . \quad (A5.1-4)$$

Die Lösung $\underline{x} = \underline{A}^\# \cdot \underline{y}$ stellt eine spezielle Lösung aus der unendlichen Manigfaltigkeit des Lösungsraums dar, mit der Eigenschaft, daß sie die kürzeste euklidische Norm $\|\underline{x}\|^2 = \underline{x}^T \cdot \underline{x}$ besitzt. (Beweis, siehe Haupttext Abschnitt 5.2.3.).

Die Gültigkeit der Bedingungsgleichungen (A5-1) ist leicht zu zeigen:

$$\begin{aligned}
 \text{I} \quad \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^{\#} \cdot \underline{\underline{A}} &= \underline{\underline{1}} \cdot \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}} & (\text{A5.1-5}) \\
 \text{II} \quad \underline{\underline{A}}^{\#} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^{\#} &= \underline{\underline{A}}^{\#} \cdot \underline{\underline{1}} = \underline{\underline{A}}^{\#} \\
 \text{III} \quad \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^{\#} &= \underline{\underline{1}} = (\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^T)^{-1} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^T = \underline{\underline{A}}^{\#T} \cdot \underline{\underline{A}}^T \\
 \text{IV} \quad \underline{\underline{A}}^{\#} \cdot \underline{\underline{A}} &= \underline{\underline{A}}^T \cdot (\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^T)^{-1} \cdot \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}}^{\#T}
 \end{aligned}$$

Ersetzt man $\underline{\underline{A}}$ durch die Objektmatrix $\underline{\underline{O}}^T$ und T durch +, so folgt die Beziehung von Gl. (5.2.3-1).

A5.2. Lösung eines überbestimmten Gleichungssystems mit vollem Rang

Gegeben sei ein Gleichungssystem

$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{y}} \quad (\text{A5.2-1})$$

mit $M > N$, also mit mehr Gleichungen als Unbekannte und mit $\text{Rg} \{ \underline{\underline{A}} \} = N$.

Für die Konstruktion von $\underline{\underline{A}}^{\#}$ setzt man $\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{A}}$ ($R = N$) und wählt eine quadratische $N \times N$ Untermatrix $\underline{\underline{C}}$ aus $\underline{\underline{A}}$ mit Rang N.

Damit lautet $\underline{\underline{A}}^{\#}$:

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{A}}^{\#} &= \underline{\underline{C}}^T \cdot (\underline{\underline{B}}^T \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{C}}^T)^{-1} \cdot \underline{\underline{B}}^T = \\
 &= \underline{\underline{C}}^T \cdot (\underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{C}}^T)^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^T = \\
 &= \underline{\underline{C}}^T \cdot \underline{\underline{C}}^{T-1} \cdot (\underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}})^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^T = \\
 &= (\underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}})^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^T.
 \end{aligned} \quad (\text{A5.2-2})$$

In diesem Falle gilt $\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^{\#} = \underline{\underline{1}}$, aber $\underline{\underline{A}}^{\#} \cdot \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{1}}$, d.h. das Gleichungssystem (A5.2-1) ist nicht exakt zu erfüllen.

Die Bedingungsgleichungen (A5-1) sind analog zu Abschnitt A5.1 erfüllt.

Im folgenden wird gezeigt, daß die Lösung $\hat{\underline{x}} = \underline{A}^{\#} \cdot \underline{y}$ die beste Lösung im quadratischen Sinn darstellt. Der mittlere quadratische Fehler lautet:

$$\sigma^2 = \sum_{m=1}^M (y_m - y_m)^2 = \sum_m \left(\sum_{n=1}^N A_{mn} x_n - y_m \right)^2. \quad (A5.2-3)$$

σ^2 soll nun minimal werden. Notwendig dafür ist das Verschwinden aller partiellen Ableitungen $\frac{\partial \sigma^2}{\partial x_{n'}} = 0$:

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial x_{n'}} = 2 \sum_m \left(\sum_n A_{mn} \hat{x}_n - x_m \right) A_{mn'} = 0. \quad (n'=1 \dots N) \quad (A5.2-4)$$

Nach Umsortieren folgt:

$$\sum_n \left(\sum_m A_{mn} A_{mn'} \right) \hat{x}_n = \sum_m A_{mn'} y_m, \quad (A5.2-5)$$

oder in Matrixschreibweise:

$$\underline{A}^T \cdot \underline{A} \cdot \hat{\underline{x}} = \underline{A}^T \cdot \underline{y}. \quad (A5.2-6)$$

Da $\text{Rg} \{ \underline{A} \} = N$ vorausgesetzt wurde, besitzt die $N \times N$ Matrix $\underline{A}^T \cdot \underline{A}$ ebenfalls Rang N und läßt sich somit eindeutig invertieren. Man erhält damit die obige Behauptung:

$$\hat{\underline{x}} = (\underline{A}^T \cdot \underline{A})^{-1} \cdot \underline{A}^T \cdot \underline{y} = \underline{A}^{\#} \cdot \underline{y}. \quad (A5.2-7)$$

Es muß noch gezeigt werden, daß diese Extremwertbestimmung von σ^2 tatsächlich zu einem Minimum führt. Dazu werden die zweiten partiellen Ableitungen betrachtet:

$$\frac{\partial^2 \sigma^2}{\partial x_{n'} \partial x_{n''}} = 2 \sum_m A_{mn''} A_{mn'}. \quad (A5.2-8)$$

σ^2 nimmt ein Minimum an, falls die Matrix der zweiten Ableitungen

$$\left\{ \frac{\partial^2 \sigma^2}{\partial x_n, \partial x_n} \right\} = 2 \underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}} \quad (\text{A5.2-9})$$

positiv definit ist /A5-2/.

Positiv definit bedeutet, daß für alle Vektoren $\underline{z} \neq \underline{0}$ gilt:

$$a > 0 \quad (\text{A5.2-10})$$

$$\text{mit } a = \underline{z}^T \cdot \underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{z}$$

Wegen $\text{Rg} \{ \underline{\underline{A}} \} = N$ folgt für alle Vektoren $\underline{z} \neq \underline{0}$ $\underline{\underline{A}} \cdot \underline{z} \neq \underline{0}$. Damit ist die Matrix $\underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}}$ positiv definit, da gilt:

$$a = \underline{z}^T \cdot \underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \underline{z} = \| \underline{\underline{A}} \cdot \underline{z} \|^2 > 0. \quad (\text{A5.2-11})$$

Anhang A6

Einiges zur Holographie

Die Holographie beschäftigt sich mit individuellen Verfahren zur Aufzeichnung und Wiedergabe von komplexen Wellenfeldern. Der Grundstein wurde von Gabor /A6-1/ im Zusammenhang mit elektronenmikroskopischen Problemen gelegt. Will man z.B. eine Lichtverteilung $u(x)$ in Amplitude und Phase aufzeichnen, so überlagert man diese meist mit einer gekippten ebenen Welle $A e^{-2\pi i \nu_0 x}$. Stammt die Verteilung $u(x)$ und die Referenzwelle von der gleichen Punktlichtquelle her, sind sie also kohärent, dann enthält die aufzeichnungsfähige Intensität

$$I(x) = \left| A e^{-2\pi i \nu_0 x} + u(x) \right|^2 \quad (\text{A6-1})$$

die Phaseninformation in verschlüsselter Form, während sie ohne Referenzwelle verlorengegangen wäre. Ausgeschrieben lautet die Intensität mit $u(x) = a(x) e^{i\phi(x)}$:

$$\begin{aligned} I(x) &= A^2 + |u(x)|^2 + A u(x) e^{2\pi i \nu_0 x} + \text{c.c.} = \quad (\text{A6-2}) \\ &= A^2 + |u(x)|^2 + 2Aa(x) \cos(2\pi \nu_0 x + \phi(x)) . \end{aligned}$$

Die komplexe Funktion $u(x)$ tritt also als Amplituden- und Phasenmodulation eines räumlichen Kosinusgitters auf. Die beiden Terme A^2 und $|u(x)|^2$, auch holographischer Bias genannt, sorgen für den positiven Charakter von $I(x)$.

Führt man diese meßbare und speicherfähige Intensität, z.B. mit fotografischen Mitteln in eine amplituden Trans-mission über (linearer Bereich der Holographie)

$$t(x) = \alpha I(x) , \quad (\text{A6-3})$$

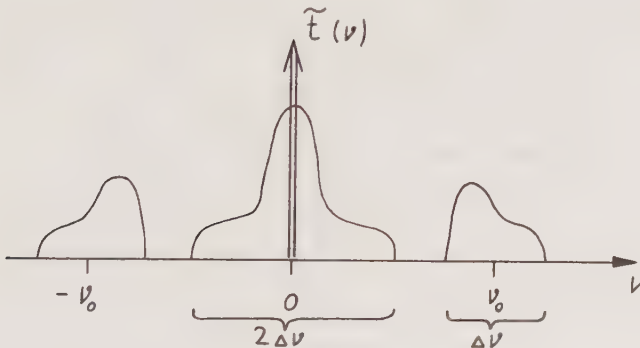
und beleuchtet diese mit der ehemaligen Referenzwelle, so wird neben anderen Wellen auch die ursprüngliche Verteilung $u(x)$ exakt reproduziert:

$$\begin{aligned}
 t(x) &= e^{-2\pi i \nu_0 x} = \\
 &= \alpha (A^2 + |u(x)|^2) e^{-2\pi i \nu_0 x} + \underline{\underline{\alpha A u(x)}} + \alpha A u^*(x) e^{-4\pi i \nu_0 x}.
 \end{aligned}
 \tag{A6-4}$$

Die vier Anteile breiten sich in verschiedenen Richtungen aus und lassen sich daher in der nächsten Frequenzebene durch eine einfache Lochmaske exakt trennen, falls die Trägerfrequenz ν_0 hoch genug gewählt wurde. Das Spektrum der Transmission $t(x)$ lautet:

$$\begin{aligned}
 \tilde{t}(\nu) &= \alpha A^2 \delta(\nu) + \alpha \tilde{u}(\nu) \otimes \tilde{u}(\nu) + \\
 &+ \alpha A \tilde{u}(\nu) \delta(\nu - \nu_0) + \alpha A \tilde{u}^*(\nu) \delta(\nu + \nu_0).
 \end{aligned}
 \tag{A6-5}$$

Besitzt $u(x)$ die endliche Bandbreite $\Delta\nu$, so ist die einwandfreie Abtrennung des gewünschten Anteils exakt möglich, falls $\nu_0 \geq \frac{3}{2} \Delta\nu$ gewählt wird, siehe Fig. A6-1.



Figur A6-1: Spektrum einer holographischen Aufzeichnung

Die Verwendung von ebenen Wellen als Referenz ist nicht zwingend, man kann jede beliebige Verteilung als Referenzwelle nehmen, solange nur die spektralen Anteile sauber getrennt sind. Auf diese Weise lassen sich Assoziativspeicher

realisieren, d.h. die gespeicherte Information wird nur abgerufen, falls das Hologramm mit der passenden Referenzwelle beleuchtet wird. Die interferometrische Holographie erlaubt es also, komplexe Wellenfelder zu speichern und zu rekonstruieren.

Oft will man Wellenfelder erzeugen, die numerisch berechnet worden sind, also physikalisch noch nie existiert haben. Man könnte im Prinzip die zugehörige interferometrische Intensitätsverteilung nach Gl. (A6-1) aus den Stützstellen von $u(x)$ berechnen und mit numerisch gesteuerten Plottern oder Displays realisieren. Kontinuierliche Grautonfunktionen lassen sich jedoch nur unter großem Aufwand herstellen, man ersetzt deswegen das Kosinusgitter durch ein Rechteckgitter. Es wurden bisher viele Verfahren erprobt, die komplexen Funktionswerte dem Rechteckgitter aufzuprägen. Einige Verfahren seien hier kurz erläutert.

Besonders einfach lassen sich binäre Rechteckfunktionen realisieren, z.B. durch numerisch gesteuerte Papierplotter mit anschließender fotografischer Verkleinerung. Die Amplitude wird dann durch die Flächengröße eines Gitterstückes und die Phase durch die Lage innerhalb einer Auflösungszelle wiedergegeben. Spezielle Amplitudencodierungen führen zu den binären Computerhologrammtypen I, II und III nach Lohmann /A6-2/. Jede komplexe Größe kann man auch durch drei Phasoren im Winkelabstand von $\frac{2}{3}\pi$ mit positiven Amplituden darstellen. Teilt man jede Auflösungszelle in drei äquidistante Streifen und repräsentiert in diesen die drei positiven Amplituden entweder durch Grauwerte oder über die Öffnungsgröße, so erhält man das Computerhologramm nach Burckhardt (A6-3/. Greift man während der Berechnung der herzustellenden komplexen Funktion $u(x)$ in der dazugehörigen Fourierebene ein, so kann eine reelle positive Hologrammtransmission erzwungen werden. In der Frequenzebene wird das Spektrum verschoben und punktsymmetrisch zum Ursprungskomplex konjugiert ergänzt. Die Fouriertransformation dieser Funktion liefert jetzt nur noch reelle Transmissionswerte. Ein zusätzlicher Bias schiebt die Hologrammfunktion

in den positiven Bereich, so daß sie als Grauwerte auf fotografischem Film direkt realisiert werden kann /A6-4/. Sind nur reine Phasenfunktionen zu rekonstruieren, so kann man auch die Linienhologramme von Wai-Hon Lee /A6-5/ verwenden.

Alle Hologrammtypen, die mit physikalisch reellen, positiven Transmissionen arbeiten, liefern neben der gewünschten Rekonstruktion ein Zwillingsbild und viel ungebeugtes Licht und wegen des binären Trägergitters auch noch Anteile in höheren Beugungsordnungen. Will man nur die gewünschte Wellenfront alleine rekonstruieren, so stört dies alles nicht, da in der nächsten Frequenzebene alle Anteile räumlich separiert vorliegen und daher einfach getrennt werden können. Verwendet man jedoch ein Hologramm als spatiales Filter, um eine Korrelation auszuführen, so muß das gewünschte Punktbild innerhalb eines größeren Feldes mit dunklem Umfeld eingebettet werden, um Korrelationen des Objekts mit unerwünschten Teilen der Hologrammrekonstruktion zu verhindern. Interferometrisch ist dies sehr einfach, nämlich durch eine höhere Trägerfrequenz, also durch einen steileren Einfall der Referenzwelle. Numerisch verursacht das dunkle Umfeld mehr Probleme. Man kann es explizit in der Punktbildebene anfügen, was jedoch den Transformationsaufwand erheblich erhöht, oder es müssen spezielle Codierungsverfahren in der Hologrammebene durchgeführt werden /A6-6/, die ein dunkles Umfeld näherungsweise erzeugen. Es wurde auch bereits von einem Computerhologramm ein interferometrisches Hologramm hergestellt und dies erst als spatiales Filter verwendet /A6-7/.

Soll in einem inkohärenten optischen System nur ein bestimmtes Intensitätspunktbild als Rekonstruktion eines Fourierhologramms erzeugt werden, so multipliziert man meist das Amplitudenpunktbild mit einer Zufallsphasenfunktion, um den verfügbaren dynamischen Bereich im Hologramm gut ausnützen zu können. Da die Zufallsphasenfunktion im allgemeinen bereits volle Bandbreite besitzt, führt die punktweise Multiplikation zu Untersampling und verursacht des-

halb Speckles in der optischen Rekonstruktion. Man kann nun entweder eine weichere Phasenfunktion mit eingeschränkter Bandbreite verwenden, verschenkt dann aber Lichtstärke, da der dynamische Bereich ungleichmäßig ausgenutzt wird, oder man setzt das berechnete Hologramm periodisch fort /A6-8/. Die Pupillenwiederholung führt zu einer Rasterung des Punktbildes. Die δ -Peaks treten gerade an den Stellen der Stützpunkte auf und werden trotz des Untersamplings mit richtigem Gewicht rekonstruiert, während die falschen Werte zwischen Samplingpunkten unterdrückt werden. Die Pupillenwiederholung führt zusätzlich neben einer Erhöhung der Lichtstärke des optischen Systems, auch redundante Parallelkanäle ein, so daß die Vorteile der inkohärenten Systeme erst voll zum Tragen kommen.

Die Computerholographie erlaubt es, Wellenfelder herzustellen, die noch nie physikalisch vorhanden waren. Die Computerhologramme bieten jedoch immer noch im Vergleich zu interferometrischen Verfahren ein geringes Ortsbandbreiteteilprodukt. Große Bildformate scheitern einerseits an der Rechenzeit und andererseits an den Plottmöglichkeiten. Hologramme mit 1000 x 1000 Auflösungszellen, wobei das dunkle Umfeld bereits mit enthalten ist, stellen zur Zeit wohl eine obere Grenze dar. Speziell im Fall der OTF-Synthese sollte man immer zwei Realisierungsmöglichkeiten durchdenken, nämlich numerische Berechnung der Pupillenfunktion und Darstellung als Computerhologramm, oder numerische Berechnung der Punktbildfunktion, Darstellung, optische Fouriertransformation und Aufzeichnung als interferometrisches Hologramm. Für den zweiten Weg spricht vor allem bei inkohärenten Systemen die problemlose Darstellung der positiven Punktbildintensität (sogar binär möglich), so wie die einfache Realisierung des dunklen Umfeldes ohne zusätzlichen Rechen- und Plottaufwand.

Literaturverzeichnis

- 2-1: Syntactic Pattern Recognition, Applications
(K.S. Fu ed.), Communication and Cybernetics 14,
Springer Verlag Berlin 1977
- 2-2: G. Meyer-Brötz, J. Schürmann: Methoden der automati-
schen Zeichenerkennung, R. Oldenburg-Verlag, München
1970,
R.O. Duda and P.E. Hart: Pattern Classification and
Scene Analysis, John Wiley, New York 1973
- 2-3: H. Niemann: Unüberwachtes Lernen, erschienen in
Informatik Fachberichte 17 (E. Triendl ed.),
Springer Verlag, Berlin, 1978, S. 3
- 3-1: z.B. Charge coupled device von Fairchild CCD 142
- 3-2: z.B. Charge coupled device von Fairchild SL 62928
- 3-3: K. Vorgrimler: Enhancement of computing power in
multiprocessing systems for processing of digital
pictures, Proc. of the 1976 International Conference
of Parallel Processing
- 3-4: Informatik Fachberichte 17 (E. Triendl ed.)
Springer Verlag, 1978, 1. DAGM-Symposium
- 3-5: Informatik Fachberichte 20 (J.P. Foith ed.)
Springer Verlag, 1979, 2. DAGM-Symposium
- 3-6: H.M. Gibbs, S.L. McCall and T.N.C. Venkatesan:
Optical Bistability, Optics News 5, No. 3, 6 (1979)
- 3-7: G. Häusler and A.W. Lohmann: Hybrid image processing
with feedback, Opt. Commun. 21, 365 (1977)
- 3-8: G. Häusler and M. Simon: Generation of space and
time picture oscillations by active incoherent feed-
back, Optica Acta 25, 327 (1978)

- 3-9: J. Goetz, G. Häusler, and R. Sesselmann: Television-optical operational amplifiers, Appl. Opt. 18, 2754 (1979)
- 3-10: G. Ferrano and G. Häusler: A bistable TV-optical feedback system, to appear in Opt. Commun.
- 3-11: G.L. Turin: An introduction to Matched Filters, IRE Trans, Inform. Th., IT-6, 311 (1960)
- 3-12: Vander Lugt: Signal detection by complex spatial filtering, IEEE Trans. Inform. Th. IT-10, 2 (1964)
- 3-13: J.D. Armitage and A.W. Lohmann: Character recognition by incoherent spatial filtering, Appl. Opt. 4, 461 (1965)
- 3-14: Siehe 2-2
- 3-15: D. Casasent and D. Psaltis: Position, rotation, and scale invariant optical correlation, Appl. Opt. 15, 1795 (1976)
- 3-16: B. Braunecker and A.W. Lohmann: Character recognition by digital holography, Opt. Commun. 11, 141 (1974)
- 3-17: G. Häusler: Optical software survey, Optica Acta 24, 965 (1977),
J.W. Goodman: Operations achievable with coherent optical information processing systems, Proc. IEEE 65, 29 (1977),
D. Casasent (ed.): Optical Data Processing, erschienen in Topics in Applied Physics Vol. 23, Springer Verlag Berlin, 1978.
- 4-1: M. Born and W. Wolf: Principles of Optics, 4. Ed., Pergamon Press, New York 1970, S. 1 ff
- 4-2: Siehe 4-1, S. 10 f
- 4-3: Siehe 4-1, S. 387 und S. 494 ff

- 4-4: J.W. Goodman: Introduction to Fourier Optics,
McGraw-Hill Book Company, New York 1968, S. 30 ff
- 4-5: E. Evans: Comparison of the diffraction theory of
image formation with the threedimensional, first
Born scattering approximation in lens systems,
Opt. Commun. 2, 317 (1970)
- 4-6: Rolf Unbehauen: Systemtheorie,
R. Oldenburg Verlag, München 1971
- 4-7: R. Bracewell: The Fourier Transform and Its Appli-
cations, McGraw-Hill Book Company, New York 1965,
S. 6 ff
- 4-8: Siehe 4-4, S. 77 ff
- 4-9: H. Bartelt, R. Hauck, and S.K. Case: Incoherent
Optical Processing erscheint in Applications of
Optical Fourier Transforms,
Henry Stark (ed.), Academic Press, New York
- 4-10: Siehe 4-1, S. 494 f
- 4-11: Siehe 4-1, S. 508 ff
- 4-12: E. Menzel, W. Mirandé und I. Weingärnter:
Fourier-Optik und Holographie, Springer Verlag,
Wien 1973, S. 59 ff
- 4-13: Siehe 4-12, S. 138 ff
- 4-14: P. Chavel and S. Lowenthal: A method of incoherent
optical-image processing using synthetic holograms,
J. Opt. Soc. Am. 66, 14 (1976)
- 4-15: P. Chavel and S. Lowenthal: Noise and coherence in
optical image processing. I. The Callier effect and
its influence on image contrast, J. Opt. Soc. Am.
68, 559 (1978)

- 4-16: A.W. Lohmann: Matched filtering with selfluminous objects, Appl. Opt. 7, 561 (1968)
W.T. Maloney: Real-time holographic filtering of oscilloscope traces, Appl. Opt. 10, 2554 (1971)
S. Lowenthal and A. Werts, C.R. Acad. Franc. (Paris) B 266, 542 (1968)
- 4-17: B. Braunecker, R. Hauck, and A.W. Lohmann: Hybrid image processing, Photographic Science and Engineering 21, 278 (1977)
- 4-18: W. Lukosz: Übertragung nicht-negativer Signale durch lineare Filter, Optica Acta 9, 335 (1962)
W. Lukosz: Properties of linear low-pass filters for nonnegative signals, J. Opt. Soc. Am. 52, 827 (1962)
- 4-19: B. Braunecker, R. Hauck, and W.T. Rhodes: Pupil function replication in OTF synthesis, Appl. Opt. 18, 44 (1979)
- 4-20: P. Chavel and S. Lowenthal: Noise and coherence in optical image processing, II. Noise fluctuations, J. Opt. Soc. Am. 68, 721 (1978)
- 4-21: Siehe 4-12, S. 129 ff
- 4-22: E. Leith and J. Roth: White light optical processing and holography, Appl. Opt. 16, 2565 (1977)
A. Lacourt: Un corrélateur optique par filtrage chromatique fonctionnant en temps réel et en source étendue de lumière blanche, Opt. Commun. 27, 47 (1978)
- 4-23: J.D. Armitage, A.W. Lohmann, and D.P. Paris: Superresolution image-forming systems for objects with restricted Lambda dependence, Japanese Journal of Appl. Physics 4, Suppl. 1, 273 (1965)

- 4-24: H.O. Bartelt: Image correlation in white light by wavelength multiplexing, Opt. Commun. 29, 37 (1979),
H.O. Bartelt: Transmission of two-dimensional images by wavelength multiplexing, Opt. Commun. 28, 45 (1979),
- 4-25: J.-P. Goedgebuer and R. Gazeu: Spatially coherent white light correlator, Opt. Commun. 27, 53 (1978)
- 4-26: C. Eckert und J. Hertel (Optisches Institut der TU Berlin): Synthetische Wellenflächen in Blockstruktur, DGAO Vortrag, Bad Harzburg 1979
H. Dammann: Color separation gratings, Appl. Opt. 17, 2273 (1978)
- 4-27: D.C. Chu, J.R. Fienup, and J.W. Goodman: Multiemulsion on-axis computer generated hologram, Appl. Opt. 12, 1386 (1973)
- 4-28: C.B. Burckhardt: Use of random phase mask for the recording of Fourier transform holograms of data masks, Appl. Opt. 9, 695 (1970),
W.J. Dallas: Deterministic diffusers for holography, Appl. Opt. 12, 1179 (1973),
Y. Nakayama and M. Kato: Diffuser with pseudo random phase sequence, J. Opt. Soc. Am. 69, 1367 (1979)
- 4-29: A.W. Lohmann and W.T. Rhodes: Two-pupil synthesis of optical transfer functions, Appl. Opt. 17, 1141 (1978)
- 4-30: B. Braunecker and R. Hauck: Grey level on axis computer holograms for incoherent image processing, Opt. Commun. 20, 234 (1977)
- 4-31: D. Görlitz and F. Lanzl: Colour encoding aperture masks used for incoherent filtering of images, Opt. Commun. 28, 283 (1979)
- 4-32: P. Wiersma: A "three colour channel" system to synthesize complex point spread functions, Opt. Commun. 28, 280 (1979)

- 4-33: A.W. Lohmann: Incoherent optical processing of complex data, Appl. Opt. 16, 261 (1977)
W. Stoner: Incoherent optical processing via spatially offset pupil masks, Appl. Opt. 17, 2454 (1978)
- 4-34: E.T. Whittaker: On the functions which are represented by the expansions of the interpolation theory, Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Sect. A, 35, 181 (1915)
- 4-35: C.E. Shannon: Communication in presence of noise, Proc. IRE 37, 10 (1949)
- 4-36: D. Slepian: On Bandwidth, Proc. IEEE 64, 292 (1976)
- 4-37: I.W. Cooley and J.W. Tukey: An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series, Math. Comp. 19, 297 (1965)
- 4-38: W.K. Pratt: Digital Image Processing, John Wiley, New York 1978
- 4-39: E.N. Leith and J.W. Upatnieks: Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects, J. Opt. Soc. Am. 54, 1295 (1964),
A.W. Lohmann and D.P. Paris: Binary Fraunhofer holograms, generated by computer, Appl. Opt. 6, 1739 (1967)
- 5-1: Siehe 3-16
- 5-2: Siehe 4-38, S. 128,
H.C. Andrews and B.R. Hunt: Digital Image Restoration, Prentice-Hall Inc., New Jersey 1977, S. 38 ff
- 5-3: H.-J. Kowalsky: Einführung in die lineare Algebra, Walter de Gruyter, Berlin 1971, S. 76
- 5-4: Siehe 5-3, S. 77
- 5-5: M.Z. Nashed: Generalized Inverses and Applications, Academic Press, New York 1976
- 5-6: Siehe 5-3, S. 62

- 5-7: H.J. Caulfield and W.T. Maloney: Improved discrimination in optical character recognition, Appl. Opt. 8, 2354 (1969)
P.S. Naidu: Improved optical character recognition by matched filtering, Opt. Commun. 12, 287 (1974)
- 5-8: J. Fleuret and H. Maitre: Optimization of a binary transcoding single filter used for character recognition, Opt. Commun. 17, 64 (1976)
- 5-9: J. Fleuret and J.L. Krahe: Optimized filter for character recognition, Optica Hoy Y Mañana, Proceedings of the 11. Congress of the International Commission for Optics, Madrid 1978, S. 343
- 5-10: Siehe 4-14, 4-29, 4-31, 4-32, 4-33
- 5-11: Siehe 4-19
- 6-1: P.J. Dhrymes: Econometrics, Springer Verlag, New York, 1974, S. 1 - 20
- 6-2: Siehe 2-2
- 7-1: B. Braunecker, R. Hauck, and A.W. Lohmann: Optical character recognition based on nonredundant correlation measurements, Appl. Opt. 18, 2746 (1979)
- 8-1: D. Casasent and D. Psaltis: New optical transforms for pattern recognition, Proc. IEEE 65, 77 (1977)
- 8-2: D. Casasent and M. Kraus: Polar camera for space variant pattern recognition, Appl. Opt. 17, 1559 (1978)
- 8-3: O. Bryngdahl: Geometrical transforms in optics, J. Opt. Soc. Am. 64, 1092 (1974)
- 8-4: J.K.T. Eu, C.Y.C. Liu and A.W. Lohmann: Spatial filters for differentiation, Opt. Commun. 9, 168 (1973)
J.K.T. Eu and A.W. Lohmann: Isotropic Hilbert spatial filtering, Opt. Commun. 9, 257 (1973)

- 8 5: O. Bryngdahl and Wai-Hon Lee: Laser beam scanning using computer-generated holograms, Appl. Opt. 15, 183 (1976)
- 8-6: S.K. Case and V. Gerbig: Efficient and flexible laser beam scanner constructed from volume holograms, to appear in Opt. Commun.
- 8-7: M.R. Teague: Image analysis via the general theory of moments, Vortrag zur Jahrestagung der Optical Society of America, Rochester, 1979, J. Opt. Soc. Am. 69, 1468 (1979).
- 8-8: G.L. Rogers: Noncoherent Optical Processing, John Wiley, New York 1977, S. 36 ff
- 9-1: R. Hauck: Diplomarbeit, Physikalisches Institut, Abt. Angewandte Optik, Universität Erlangen-Nürnberg 1976
- 9 2: B. Braunecker, R. Hauck and K. Reuter: Pattern recognition with spatially modulated x-rays, Nuclear Instruments and Methods 150, 321 (1978)
- 9-3: A.W. Lohmann: The space bandwidth product, applied to spatial filtering and to holography, Proc. Summerschool Opt. Data Processing, University of Michigan, Ann Arbor, 1966, IBM RC 438, Techn. Report
- A1-1: A. Papoulis: The Fourier-integral and Its Applications, McGraw-Hill Book Company, New York 1962
- A1-2: Siehe 4-7
- A1-3: A.W. Lohmann: Optical Information Processing, Physikalisches Institut, D-8520 Erlangen, 2. Auflage (1978), S. 59
- A2-1: W. Meyer-Eppler: Optik 1, 465 (1966)
- A2-2: Siehe 9-2
- A2-3: H.H. Barrett: Theory of Fresnel zone-plate imaging, Appl. Opt. 12, 2686 (1973)

- 13-1: Seite 3-5
- 13-2: F. Erwe: Differential- und Integralrechnung I,
Bibliographisches Institut Mannheim, BI 30/30a,
1962, S. 345
- 14-1: D. Gabor: A new microscope principle, Nature 161,
777 (1968)
D. Gabor: Microscopy by reconstructed wave fronts
Proc. Roy. Soc. A 197, 454 (1949)
D. Gabor: Microscopy by reconstructed wave fronts:
II, Proc. Phys. Soc. B 64, 449 (1951)
- 14-2: A.W. Lohmann and D.P. Paris: Binary Fraunhofer
holograms, generated by computer, Appl. Opt. 6,
1739 (1967)
B.P. Ewson and A.W. Lohmann: Complex spatial filter-
ing with binary masks, Appl. Opt. 5, 967 (1966)
- 14-3: C.E. Burckhardt: A simplification of Lee's method
of generating holograms by computer,
Appl. Opt. 9, 1969 (1970)
W.-H. Lee: Sampled Fourier transform hologram genera-
ted by computer, Appl. Opt. 9, 639 (1970)
- 14-4: B. Bracekner and P. Hauck: Grey level on axis
computer holograms for incoherent image processing,
Opt. Commun. 25, 234 (1977)
- 14-5: W.-H. Lee: Binary synthetic holograms,
Appl. Opt. 13, 1677 (1974)
- 14-6: H. Bartelt: W.J. Dallas and A.W. Lohmann:
Computer generated spatial filters for large
object formats, Opt. Commun. 20, 50 (1977)
- 14-7: Seite 4-14
- 14-8: Seite 4-19

Danksagung

In erster Linie möchte ich Herrn Prof. Dr. A. W. Lohmann sowohl für die Überlassung des reizvollen Themas, als auch für die vielen richtungsweisenden Diskussionen danken.

Sehr zu betonen ist die kameradschaftliche Hilfe fast aller Mitarbeiter des optisches Instituts, die immer für eine angenehme und produktive Atmosphäre sorgten. Speziell danken möchte ich Herrn Dr. B. Braunecker für sein reges Interesse am Fortgang der Arbeit und für die vielen klärenden Diskussionen. Außerdem bin ich Herrn J. Goetz für die Entwicklung und Bereitstellung von elektronischen Komponenten, Herrn K.-D. Förster für seinen Einsatz, die Rechenanlagen in einen benutzerfreundlichen Zustand zu bringen und Herrn Dr. H. Maitre für sein großes Engagement in der Schlußphase des letzten Experiments zu Dank verpflichtet.

Nicht zuletzt gebührt auch Frau C. Cetin große Anerkennung für ihren selbstlosen Einsatz zur rechtzeitigen Fertigstellung des Manuskripts.

Lebenslauf

22. 3. 50 geboren in Fürth
9. 56 Eintritt in die Grundschule in Fürth
9. 60 Übertritt in das Hardenberg-Gymnasium in Fürth
6. 70 Abschluß der Schulausbildung mit Abitur
10. 70 Beginn des Physikstudiums an der Friedrich-Alexander-Universität in Erlangen
2. 76 Abschluß des Studiums mit Diplom
6. 76 bis 12. 79: Verwalter der Dienstgeschäfte eines wissenschaftlichen Assistenten in der Abteilung Angewandte Optik des Physikalischen Institut der Universität Erlangen
2. 80 Promotion

